国立公害研究所研究報告　第19号
Research Report from the National Institute for Environmental Studies, No.19, 1981.

陸水域の富栄養化に関する総合研究（Ⅲ）

Comprehensive Studies on the Eutrophication of Fresh-water Areas

霞ケ浦（西浦）の湖流

Lake Current of Kasumigaura (Nishiura)

昭和53～54年度
1978－1979

村岡浩爾・福島武彦
Kohji MURAOKA, Takehiko FUKUSHIMA

環境庁　国立公害研究所
THE NATIONAL INSTITUTE FOR ENVIRONMENTAL STUDIES

序

本冊は特別研究「陸水域の富栄養化に関する総合研究」の昭和53～54年度報告となった８分冊の一つである。対象となった霞ヶ浦は広くかつ浅く，その水質や生態系の現象を時間を追って観察するには，湖流や拡散現象などの水理特性の把握が基本的に必要である。多くの深い湖では従来から流れの様子が湖沼学的に重要であることが認識されているが，霞ヶ浦のような浅い湖では必ずしもそうではなかった。本冊では，理論，水理調査，模型実験，数値解析の手法を用い，霞ヶ浦の湖流とそれに関連する現象について解明を試み、水環境問題に関与する水理現象の重要性に注目している。本研究が水質汚濁防止に関心ある人々の注意をひき，水環境の改善に役立つことがあれば幸いである。

昭和56年１月

国立公害研究所

所長　近　藤　次　郎

緒　言

本冊の内容概要　特別研究「陸水域の富栄養化に関する総合研究」において，本冊は霞ヶ浦，特に西浦の湖流を昭和53～54年度に亘り，1）理論的解析，2）現場観測，3）アクアトロンにおける模型実験，4）各種力学モデルを用いての数値解析　の四点から検討した結果で，風による吹送流が卓越するこのような対象の研究は，過去において琵琶湖等で行われているが，本格的なものが少く，ことに霞ヶ浦に関して，上記のような解析，実測，模型実験，数値シミュレーションというすべての立場から検討が行われたのはおそらく始めてであると思われる。

研究のいきさつ　この特別研究は当研究所創立の翌年，すなわち昭和50年に企画され，約1年ていどの準備・調整期間を経て実施に移されたもので，対象陸水として研究所から至近の距離にある霞ヶ浦を選び，フィールド調査とデータ収集が始まった。52年4月に特別研究として正式にスタートしてからは霞ヶ浦のみでなく，全国の湖沼をも対象としたが，湖沼と汚染源の流域の関係が比較的シンプルな系として独得の調査を行った湯の湖を除き，霞ヶ浦以外の他湖沼では霞ヶ浦で行ったようなルーチンサーベイが不可能であったので，主として夏期における各湖沼の水質特性をつかむためのフィールド調査のみに止め，その成果は湖沼一般の富栄養度評価の研究や，他湖沼との比較における霞ヶ浦の特性把握に役立てた。

研究スタッフと研究の性格　この特別研究には，研究所の9部のうち6部が参加し，35名の研究者が寄与している。その内訳は水質土壌環境部13，総合解析部6，生物環境部5，環境情報部5，計測技術部4および技術部2である。その専門分野も陸水学，生態学，環境工学のようなフィールド調査に直接関係のあるものから，気象学，地文学，情報工学，社会工学といった諸分野にまで亘っていて，まさに典型的な学際研究である。第1期の特別研究の特徴は，第2期（昭55年4月より）のそれが「陸水域の富栄養化防止」をかかげたのに対し，明らかに基礎研究の色彩が濃い。霞ヶ浦でいえば，その流域，後背地まで含めた面，空間でみられる物質移動，状態変化から，視覚・心理学的価値評価まで，富栄養化に関連する可能な限りの角度からスポットをあてて，その実態，実相をつかむことを試みた。

本報告各分冊の紹介　成果をまとめて1冊にするには種々難点があるので，全体をRシリーズで8分冊（R－19……R－26），プラス総括編（R－27）計9冊とした。本冊はその一つであるが，全体との関係を知って貰うため分冊のタイトルを紹介すると，III，「霞ヶ浦（西浦）の湖流」，IV，「霞ヶ浦の微地形，気象水文特性およびその湖水環境に及ぼす影響」，V，「霞ヶ浦流入河川の流出負荷量変化とその評価」，VI，「霞ヶ浦の生態系の構造と生物現存量」，VII，「湖沼の富栄養化状態指標に関する基礎的研究」，VIII，「湖利用におよぼす富栄養化の影響の定量化」，IX，「*Microcystis*の増殖特性」，X，「藻類培養試験法」で，これに加えて総括編がある。III～Xを通じて，III，IV，V，VIは標題が示す通り霞ヶ浦，とくに西浦の現象を扱ったもので，VIIIもその色彩が強い。

霞ケ浦をめぐる行政の現実と研究の今後　第一期特別研究のこれらの成果（I～X）を足がかりに第二期特研で富栄養化防止策を研究するにあたり，霞ケ浦の現実を見直すと，一方で現行水質環境基準A類型を達成すべしという命題が重くのしかかっており，富栄養化防止関係の諸要求充足のための対応策を早急に講じなければならない。また一方では，水資源公団が昭和60年度完成を期している霞ケ浦開発事業があって，その主たる目的である43m³／秒の新規利水と沿岸の浸水や塩害防止のため湖周の護岸や常陸川水門の改造が行われ，それにより調節可能水深は2.85mとなり，治水容量3.4億m³，利水容量2.8億m³となる。この合計である有効貯水量6.2億m³は，霞ケ浦の現貯水容量8.8億m³に比し極めて大きな数字であり，この新規利水により常陸川水門を流下する放流量は，現在の14億m³／年から5億m³／年と大幅に減ずる。富栄養化しやすい浅湖の代表である霞ケ浦にとって極めて重大なこの改造が将来水質にどう影響するかの予測も重要な課題である。われわれはこうした行政上の現実を注視して今後の研究を有効に展開することを心掛けるつもりだが，将来水質の予測は正直なところ難しいものになると予想される。研究グループがなお保持している高いポテンシャルに期待するのみである。

昭和56年1月

国立公害研究所
水質土壌環境部長
合　田　　健

目　　　　次

CONTENTS

霞ヶ浦（西浦）の湖流

村岡浩爾[1]・福島武彦[1]

Lake Current of Kasumigaura (Nishiura)

by

Kohji MURAOKA[1] and Takehiko FUKUSHIMA[1]

Abstract

Lake Kasumigaura is the secondary large and a shallow sea relic lake in Japan, of which main basin, Nishiura, has 167.7km^2 of area with about 7 m in maximum depth and about 4m in mean depth. It was a brackish water lake formerly, but since a regulating gate was built downstream in Hitachitone River from the lake in 1963, the lake water became independent of the tide. The broad coastal zone of the lake has been developed as the farm land for a long time, but the demand of fresh water for industrial use and others has been surprisingly progressing since 1970 because of the increase of industrial area in the vicinty of the lake. Consequently, the quality of the lake water turned so bad that the annually averaged value of COD reached up to 11.5 ppm in 1978, besides the eutrophication affects every year not only on the fishery activity but also on the water supply system. It is the important subject how to restore the lake environments in early time.

Limnological surveys on Lake Kasumigaura have been continued from of old, however, little interests were paid for the viewpoint of physical limnology because this sea relic lake is so shallow and flat. Therefore, some researchers have been lacking in the hydraulic knowledge like the lake current or turbulence structure, while the information about fishery circumstances in this lake would be rather rich. Nowadays, this lake is regarded as one of the important reservoirs for water resources. As well as biology, ecology, and water quality engineering, we need the physical approach to solve the current motion and the convective and diffusive transport of materials related to the water quality. The ways we could take for the study are the approach from theoretical consideration, field survey, model experiment and numerical simulation technique, which were all tried to study the current of Lake Kasumigaura, as summarized as follows;

---

1. 国立公害研究所　水質土壌環境部　〒305　茨城県筑波郡谷田部町小野川16番2
Water and Soil Environment Division, The National Institute for Environmental Studies, Yatabe-machi, Ibaraki 305, Japan.

1. Theoretical consideration of current in shallow lakes

In shallow lakes the wind force sheared on the water surface takes dominant part in the formation of lake current and mixing motion. Some fundamental theories and consideration make it possible to estimate the magnitude of momentum and kinetic energy transmitted from wind to water body, referring to the mechanism of surface friction and wind wave generation. The vertical and horizontal characteristics of velocity distribution of wind induced current may be also theoretically discussed. Long term oscillation in the closed water region, which is called *seiche*, occurs in case the wind starts or stops to blow. The period, wave height and velocity of *seiche* and their decreasing rate are also one of the objectives to analyze theoretically. From the mathematical presentations of energy supply, energy dissipation, and energy content for whole lake water body, the balance of energy in the lake may be quantitatively discussed. The following results were obtained;

1) In the lake of which depth is smaller than the several meters, the term of Coliolis force is negligible against the term of bottom friction. In such a condition the vertical velocity distribution may be estimated by applying the mixing length theory resulting that the mean vertical eddy viscosity is defined by eq. (1.2.23).
2) In case the water depth is uniform in wind direction but varies in traverse direction, the horizontal circulation in the water basin occurs in a manner as the wind makes progressive flow in the shallow part and does back flow in the deep part. The velocity of the flow may be formulated from the terms of wind stress and vertical viscosity (or bottom friction factor).
3) The characteristics of *seiche* are mathematically presented by the wind stress and topographic parameters of lake.
4) The energy supply, dissipation, and content for the lake water body may be estimated, as shown in Table 1.3, referring to the terms of wind and lake topography. According to this estimation, both energy supply from wind and energy dissipation due to wind wave seem much superior to other factors in general shallow lakes.

2. Hydraulic survey of Lake Kasumigaura

Some kinds of field surveys were practiced in Lake Kasumigaura, as follows; pursuit of floating marks, flow observation on the section of strait, long term observation of current at fixed points with electro-magnetic current meter and supersonic flow meter, long term observation of water level variation at several stations along the shore line, time variation of vertical distribution of water temperature and dissolved oxygen at some stations on the lake, and spacial variation of conductivity at some stations on the lake. The characteristics of the lake current and mixing process obtained the above surveys are summarized as follows;

1) Current speed faster than 10 cm/s is scarcely observed for any season, but surface layer has sometimes faster flow than 10 cm/s and its speed is corresponding to 1−5 % of wind speed. The change of wind speed affects easily on the surface flow, but in the lower layer the flow direction and speed do not show good response to wind performance

because the time of momentum transfer downwards in the water body is longer than the time scale of wind speed variation.

2) At some water region the typical flow pattern of wind induced vertical circulation is clearly observed, but a large scale of horizontal circulation is commonly generated in the central basin. In this region, turbulence structure seems isotropic in horizontal space and the mean scale of eddies is $10-100$ times larger than the scale of depth. Energy dissipation rate in unit water volume is estimated to be several percents of energy supply rate, where the latter is calculated by dividing the rate of energy supply from wind on unit area of water surface by water depth. This dissipation rate shows one or two orders of magnitude smaller than those off shore in ocean and other large lakes.

3) *Seiche* originates from the water set up due to wind and its dominant period is observed to be 141 minutes in whole lake basin. The amplitude of *seiche* seems to be 1 cm in general, and its current speed is 2 cm/s in the strait and less than 1 cm/s in the broad basin. The friction factor on the lake bottom is larger than those of the seas or other lakes because of the shallowness and complicated shape of Lake Kasumigaura, and its value is calculated to be 0.0202 from the decreasing rate of *seiche* amplitude.

4) Displacement rate of water at the strait due to the inflow from rivers is supposed to be 0. 1 cm/s and negligible against wind induced flow and *seiche* flow.

5) Coefficients of dispersion estimated from the horizontal distribution of conductivity in a basin seems to be 10^4-10^5 cm^2/s and this value may be equivalent to several percents of circulaion intensity in the basin. Lake Kasumigaura has three main basins, and the exchange of water volume between the basins is simply regarded as linear to the magnitude of river discharge, but, in the strict sense of field data, it may be also related to *seiche*, horizontal circulating flow induced by wind, and dispersion phenomena due to the vertical circulation flow.

3. Experiment of hydraulic models

Three kinds of experiments were prepared. The first serves the observation of vertical circulation flow using rectangular basins with uniform depth set in a wind tunnel. Wind friction factor on the water surface and vertical distribution of current, turbulent velocity and energy dissipation rate were measured, and from these characteristics the energy balance in the closed basin in steady state was made clear, besides unsteady flow due to the wind variation was also touched upon. The second experiment dealt with horizontal circulation and diffusion in the rectangular basins with non-uniform depth as linearly as varied on the lateral direction. The last one made clear the characteristics of wind induced current and *seiche* by using a model of Lake Kasumigaura with 1/8000 and 1/50 of horizontal and vertical scales, respectively, which is set upon a turning table with 4 m in diameter in the wind tunnel. Under a series of wind speeds and directions, some characteristics were obtained such as flow patterns in the model basins, period of surface oscillation, decrease of its amplitude, exchange of water volume between basins, etc.; they were able to be useful for discussing hydraulic mechanism and comparing them with the field data.

It is necessary to describe the similarity law in the hydraulic model study. In this case, the Froude similarity law is available for *seiche* phenomena, and the similarity law got from the equation of motion in which the term of inertia is neglected was available for representing the horizontal circulation in the basin. The similarity for the mixing process is difficult to define, but it is possible to devise the special similarity law considering if both convective term and diffusive term in the equation of motion are equivalent, or which term is more dominant to present the mixing in the water region.

4. Numerical analysis

With respect to the numerical simulation method of lake current ever reported, some kinds of calculation schemes and coefficients used in them were rearranged. The scheme adopted for numerical simulation of lake current in Kasumigaura is horizontally two-dimensional and vertically one-layered model, of which details are as follows; the finite element method is adopted as discretization procedure, the slip condition is applied along the shore line, both the term of inertia and the term of viscosity in horizontal direction are taken into consideration, either of central or backward differential scheme is used properly for time integration, and so on. The results of the application of this model to the real lake and its hydraulic model, and another application of the Ekman type model to a rectangular model basin are summarized as follows;

1) Flow characteristics resulted by the Ekman type model are agreeably explained by the theoretical consideration.
2) The central differential scheme has good reappearence of *seiche* current, while the backward differential scheme applied to the steady flow is superior in calculation stability to the former.
3) *Seiche* and horizontal circulation in Lake Kasumigaura may be almost completely reconstructed by the numerical model if the Manning's roughness and coefficient of viscosity in horizontal direction are adequately selected.
4) The numerical model has the good applicability not only to the real lake current in horizontal direction but also to the hydraulic model one, however this model cannot serve so far as to explain the vertical velocity distribution. This fact means the necessity to develop the new but more complicated numerical model in future to solve the three-dimensional structure of lake current.

緒　論

霞ヶ浦（西浦）は面積 171km² で，琵琶湖に次ぎ日本第二の大きさを持つ湖であるが，海跡湖であるため最大水深約７ｍ，平均水深約４ｍと極めて浅い湖である。昭和38年に常陸川水門（逆水門）が建設されて以来，海水の侵入は抑えられ，塩分濃度数 10ppm と完全に淡水湖となっている。このため，利根川の異常渇水時（例えば昭和49年）を除いて，塩水害による農業，上水道用水の被害は生じなくなったが[1]，逆に海水との交換がなくなって閉鎖性水域となったため，河川からの流入栄養塩量の増大に伴ない，アオコの大発生，コイの大量斃死に代表される富栄養化現象が進んでいる[2]。

霞ヶ浦がほぼ現在の形に落ちついたのは，およそ 300 年前と言われている。以来，度々の出水によって氾らんが繰り返されたであろうが，明治の初期から中期にかけて，外国人技師の指導と近代治水工法の定着によって，利根川の治水工事に伴ない霞ヶ浦の湖盆地形が確立し，同時に水量や水勢も安定化してきた。流域の異常降雨や利根川の出水を受けて幾度かの氾らんに見舞われたものの、たゆまぬ治水工事の進展により、沿岸の農業活動も安定したものとなる。昭和初期までのこの時期を第１期と言うことにしよう。第２期はそれより第二次大戦を経て昭和40年頃までと見られる。すなわち，食糧増産が叫ばれ，漁業生産の増強が深められる一方，霞ヶ浦の干潟や入江を利用した干拓事業によって水田が造成され，食糧の供給に大きな寄与をなした。最後の干拓と言われた高浜入干拓事業が数年前正式に中止されるまで，干拓地の総面積は 2,660ha（これは現在の霞ヶ浦湖面積の約12%に当る）におよび，土地改良や農業生産活動の合理化によって，霞ヶ浦周辺は一大田園地帯となっている。しかし，昭和30年代から始まった我が国の産業の増進が昭和40年代でますます加速され，これによって霞ヶ浦の湖としての価値観も変ってきたのである。これを第３期とみることができよう。第２期での霞ヶ浦の湖水は内水漁業の場であり，沿岸農業用水の供給源であった。しかし産業の発展は沿岸に大型の工業地帯を始めとし，多くの工業団地の立地と人口の増大をみるようになり，湖水は各種用水の供給源として利用水量が増大すると同時に，当然それらの排水の影響を受ける場ともなっている。それだけでなく，霞ヶ浦の湖水は遠く流域を異にする地域の農工用水として導水の計画があり，水がめとしての利用水深の確保のために，湖岸の築堤が治水利水を兼ねて増強されつつある。

このように大きく変貌をとげ，また現在も変わりつつある霞ヶ浦に対し，どのような学術調査が行われてきただろうか。湖沼学からみた霞ヶ浦は富栄養湖であり，かつては汽水湖であった。この立場からの研究は第１期から基本的で広範囲に行われ，かつその成果は蓄積されている。ただ湖沼学の物理的な一面は（この分野は physical limnology と言われている）興味の対象が他の日本の湖，例えば山岳湖や深い湖に比べて少なかったようで，人為的な原因で富栄養化現象が著

しくなる今日まで活発ではなかったと言える。しかしこの分野で重要な成果が二つある。一つは第二次大戦直後に設立された中央気象霞ヶ浦湖沼研究所とその後身である霞ヶ浦測候所の活動であり，霞ヶ浦の物理湖沼学的調査が開始され，その調査報告も公刊されたが[3),4)]，この機関はあまりに短命であったため所期の目的を達することなく終ったようである。一方では，霞ヶ浦は淡水漁業産物の宝庫であり，第1期，第2期を通じて漁業産業の保護と発展のために地道な調査と対策が講ぜられ，その資料は尨大である[5~9)]。これらに記録された霞ヶ浦の水理現象および水質の調査資料は無視されてはならない。更に第3期に入って，漁業形態が従来の魚猟方式からコイに代表される養殖漁法に転換が進み，それなりの調査活動が必要であるばかりか，流域の産業構成の変化に伴なう湖内への環境インパクトに呼応して，単なる漁業産業のためだけでなく，環境保全のための調査が国や公共団体の手で広く行われるようになった。その中では，当然，大局的な見地からなされた調査の一環として，湖流および湖流に関連する水理現象にふれた調査資料も存在し，少なからず有用な情報を提供してくれる。

現在のように富栄養化現象が進み，かつその対策が急務であることに加え，将来の水資源の確保のための事業活動が開始されている時点では，総合的な調査活動，特に自然科学の分野では生物学，生態学，水質工学，水理学などからの寄与が必要であることは言うまでもない。特に，前述のごとく，湖沼学の物理面においては，水利用と水質保全の立場から水そのものの移動とそれに伴なう物質（水質を規定する物質）の移動や混合についての水理学的な知識が必要であると考えられる。この報告書は，既往の調査知識をふまえ，その不充分な点を補なうと同時に，将来の霞ヶ浦の水環境の保全対策に必要な基礎的な資料を提供する目的で行なった調査研究のまとめである。

この報告書で取り扱った内容の背景を説明するため，霞ヶ浦の水深が浅いということが富栄養化現象にどのような係わりをもっているかについて述べてみたい。まず，水理学的な現象として，霞ヶ浦のような浅い湖は，深い湖と比較して次のような特徴を有していると考えられる。

（1） 水平距離と水深の比が大きいため，風の影響を受けやすく，一般に吹送流が卓越する。

（2） 鉛直混合に必要な時間が短いため，安定な水温躍層が存在しない。

（3） 流れ，風波により底質がまき上る可能性が大きい。

（4） 湖容積に対する湖岸距離の割合が大きく，利水が便利である反面，流入栄養塩量が大きく富栄養化し易い。

（5） 底質のまき上げ，あるいは底質がまき上らない場合でも底質直上での流れは大きく，底質中の栄養塩物質などが湖水中へ回帰する割合が大きい。つまり底質が湖内物質循環のサイクルに入る。

（6） 一般に滞留時間が短かいため，流入などの変化による湖内水質，生態系の変化が早い。

このような特徴を有し，富栄養化の進んでいる浅い湖の例としては，霞ヶ浦以外に我が国では，琵琶湖南湖，諏訪湖，宍道湖，中海，八郎潟，印旛沼などが挙げられる。

この報告書では富栄養化現象，水質特性などは直接的には扱わないが，これらの現象の機構解析及び防止対策の立案などに際し，基本的な情報と考えられる湖内の水理現象，物質の拡散と混合などの問題を対象として，以下に述べるような可能な限り採用し得るような研究方法と手法によって作業を行なってきた。すなわち

（1） 理論的解析——観測や実験で得られた現象をもとに，流れの方程式などを用いて湖に生じ得る基本的な流れのパターンを解析する。

（2） 現地観測——流向・流速，水位，水温などの実態観測により，湖内に生じている流れを直接把握するほか，実験や数値計算のチェックのための資料とする。

（3） 水理実験——直線水路，風洞付水槽などを用いて，基本的な流れ特性を解明したり，霞ヶ浦の湖模型を用いて流れや混合現象のシミュレーションを行なう。

（4） 数値計算——湖沼の流動や混合現象について，観測や模型実験が困難であるような現象の数値シミュレーションを行うのが目的であるが，有用な計算モデルを確立するまでの作業も重要である。

霞ヶ浦を対象に水理現象を扱った研究としては，佐々木[10]による簡単な模型を用いた水塊形成の実験的研究，南部ら[11]による数値計算モデルを用いての湖流と底質浮上シミュレーション，建設省の行なった水理観測[1]，中村ら[12]による海水遡上を考慮したときの流況解析などが挙げられる。しかしながら霞ヶ浦の湖流に関して解明されている現象は未だ非常に少ない。上述の四つの研究方法は，そのままこの報告書の各章に取り上げ，研究成果がまとめられている。すなわち，第1章では基本的な流れ特性を理論的に考察し，霞ヶ浦に生じうる湖流の大きさを推定する方法を述べる。第2章では，何種類かの現地観測を通じて得られた湖流，およびそれに関連する水理現象の特性を示す。第3章では，基本的な湖盆地形模型，あるいは長方体水槽を用いた吹送流実験で，吹送流の基本的特性を解明するとともに，風洞付霞ヶ浦モデルを利用して，湖流，セイシュ(*seiche*)のシミュレーションを行なった結果を示す。また吹送流の模型相似則の検討も行なう。第4章では，エクマン・モデル，鉛直積分水平二次元モデルなどを用いて，湖模型，霞ヶ浦の湖流数値計算結果を示す。また二，三の数値計算上の問題を検討する。

参 考 文 献

1）茨城大学農学部霞ヶ浦研究会編（1977）：霞ヶ浦，三共科学選書．
2）国立公害研究所（1979）：陸水域の富栄養化に関する総合研究（II），国立公害研究所研究報告，第6号．
3）中央気象台海洋課霞ヶ浦湖沼研究所（1947）：中央気象台陸水報告，第4号．
4）桜井徳雄（1950）：霞ヶ浦湖沼観測報告，東京管区気象研究会誌，第2号，97－129．
5）茨城県水産試験場（1912～1913）：茨城県霞ヶ浦北浦漁業基本調査報告I～II．
6）茨城県水産試験場（1935）：茨城県水産試験場昭和8年度事業報告．
7）茨城県水産振興場（1953～1958）：茨城県水産振興場調査資料，第1号～第28号．
8）茨城県水産振興場（1956～1958）：茨城県水産振興場調査研究報告，第1号～第3号．

9）茨城県霞ヶ浦北浦水産事務所（1958～1967）：茨城県霞ヶ浦北浦水産事務所調査研究報告，第4号～第9号．
10）佐々木道也（1969）：霞ヶ浦の水塊構成について，Ⅰ，模型実験による水塊の形成，茨城県内水面水産試験場調査研究報告，第10号，57－60．
11）南部祥一・真柄泰基・国包章一・田畑日出男（1974）：霞ヶ浦の水質におよぼす吹送流と底質の影響，用水と廃水，16，159－168．
12）中村充・萩野静也（1976）：海水交流に関する研究，土木学会第23回海岸工学講演会論文集，507－511．

1．浅い湖の湖流に関する理論的考察

1.1　風から水塊への運動量，エネルギーの輸送[1)]

1.1.1　はじめに

水面上を吹く風により水塊に輸送される運動量，エネルギー量の大きさの評価に関しては古くより各種の解析、検討が行なわれてきたが、ここではその一部を述べるとともに問題点をまとめ

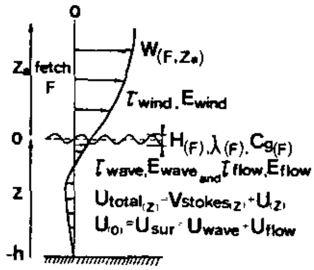


図　1－1　風から水塊への運動量，エネルギーの輸送

Fig. 1－1　Schematic drawing of air and water motion associated with wave on water surface

る。図1－1には運動量，エネルギーの輸送の過程を，水中での運動の形態を流れと波動に分離して模式的に示す。記号の説明は順次行なってゆく。運動量，エネルギーについては次式のような基本的な関係が成立していることを前提とする。

$$\tau_{wind} = \tau_{wave} + \tau_{flow} \tag{1.1.1}$$

$$E_{wind} = \tau_{wind} u_{sur} = \tau_{wind} \times (u_{wave} + u_{flow}) \tag{1.1.2}$$

ここで τ_{wind} は風より水塊表面へ加わるせん断力，τ_{wave}，τ_{flow} はその中で波動，流れに働く成分，u_{sur} は水表面流速，u_{wave}，u_{flow} は波動，流れそれぞれの水表面流速，E_{wind} は単位時間，単位面積当り風より水塊に運ばれるエネルギー量である。

図1－1に示される過程のうちで、特に現地において風から水塊へ輸送される運動量、エネルギー量評価の際に重要であると考えられる項目をあげてみると，

（1） 吹送方向の風分布の変化

（2） 波などの因子による運動量輸送係数（風摩擦係数）の変化特性

（3） τ_{wave}，τ_{flow} への分配の形式

（4） u_{wave}，u_{flow} の予測

（5） 風波の吹送方向への発達の予測

などが考えられる。以後それぞれの問題に対して現在まで報告されている考え方及び問題点を順次まとめてゆくことにする。

1.1.2 吹送方向への風分布の変化

接地境界層（運動量の鉛直フラックスが高さ方向に一定とみなせる層）における吹送方向の風分布に関する観測例は皆無といってよいだろう。運動量式を用いて平板上に発達する乱流境界層理論を利用することが考えられるが，吹送距離Fと風速Wによるレイノルズ数 $Re_F=FW/\nu_a$ は，実際の湖スケールでは10^9以上と極めて大きく，その検証を得ることは非常に難しい。ここで ν_a は空気の動粘性係数である。さらに水面上の波変化の影響，上空の大気スケールとの関係など問題点も多く，現在の段階では定量的な議論は不可能と考えられる。しかし定性的には抵抗則の形からしても，Wu[2] の述べているように同一高度での風速の大きさは upwind fetch のほうが downwind fetch に比べて大きいと考えられる。

1.1.3 波などの因子による風摩擦係数の変化特性

風摩擦係数$C_f(z_a)$はz_aを水面上の高度，$W(z_a)$をその高度での風速として次の式により定義される。

$$\tau_{wind}=\rho_a C_f(z_a)W^2(z_a) \tag{1.1.3}$$

$C_f(z_a)$の関数形が，z_a，風速，あるいは水面の状態などの変数によりどのように表現されるかが問題となる。一般に水面上の風の鉛直分布は滑面，粗面上の流れに分類され，それぞれ次のような対数則で表わされる。

$$\text{滑面：}W(z_a)/u_{*a}=\frac{1}{\kappa}\ln\frac{u_{*a}z_a}{\nu_a}+C_1 \tag{1.1.4}$$

$$\text{粗面：}W(z_a)/u_{*a}=\frac{1}{\kappa}\ln\frac{z_a}{z_0}+C_2 \tag{1.1.5}$$

ここで$u_{*a}=\sqrt{\tau_{wind}/\rho_a}$， κはカルマン定数，ρ_aは空気の密度，z_0は粗度高である。式（1.1.4）（1.1.5）を用いれば式（1.1.3）の $C_f(z_a)$は次式で表わせる。

$$\text{滑面：}C_f(z_a)=\left[\frac{\kappa}{\ln(u_{*a}z_a e^{\kappa C_1}/\nu_a)}\right]^2 \tag{1.1.6}$$

$$\text{粗面：}C_f(z_a)=\left[\frac{\kappa}{\ln(z_a e^{\kappa C_2}/z_0)}\right]^2 \tag{1.1.7}$$

C_1，C_2についてはそれぞれ5.5，8.5が実験的に得られている。

まず式 (1.1.6), (1.1.7) が成立する範囲は，粗度高 z_0 と式 (1.1.4) での見かけの粗度 ν_a/u_{*a} の比つまり粗度レイノルズ数 $Re_1=z_0 u_{*a}/\nu_a$ により決定できると考えられる。固体境界面上での流れに対しては，$Re_1<5$，4で滑面，$Re_1>70$, 60で粗面 (Schlichting[3]，Monin and Yaglom[4]) と報告されている。ここで問題は水面上では波により粗面が生じるということであり，その時の z_0 は何を用いて表現されるかということである。鳥羽ら[5]は風洞水槽中での実験から $C_f(z_a)$ の整理に，便宜的に特性波（有義波）の波高 H_1 を z_0 のかわりに用いて，$C_f(z_a)$ が吹送距離によらず $Re_*=H_1 u_{*a}/\nu_a$ で整理することによって一本の曲線上にのることを示した。また近藤ら[6]は現地観測結果をもとに z_0 として波浪高周波成分による海面突起スケールを選び，粗滑の境界を論じている。滑面，粗面だけの範囲分けとしては z_0 を介在させず直接 $W(z_a)$ の大きさを用いて，$z_a=10$m として $W<2$m/s で滑面流，$W>10$m/s で十分に発達した粗面流という近藤ら[7]の報告もある。

z_0 の大きさはさらに式 (1.1.7) により粗面上の風摩擦係数の予測に関わっている。Wu[8] は Charnock の得た z_0 に関する次のような次元式を用いている。

$$z_0=u_{*a}^2/(bg) \tag{1.1.8}$$

ここに g は重力加速度，b は定数である。この表現法によれば，z_0 は u_{*a} のみの関数となり，吹送距離による波高の変化に影響されないことを意味するが，このことは鳥羽，近藤らの報告による，水面での運動量の輸送が主に波の高周波成分，つまり比較的波高の小さい波によりおこなわれて，数秒以上の低周波重力波にはよらないという事実に対応している。

式 (1.1.8) を用いれば式 (1.1.7) は次のように変形できる。

$$C_f(z_a)=\left[\frac{\kappa}{\ln(b/C_f(z_a)Fr^2)}\right],\quad Fr=\frac{W(z_a)}{(gz_a)^{1/2}} \tag{1.1.9}$$

Wu[8] は現地及び風洞水槽という極めて吹送距離の異なる場での $C_f(z_a)$ が同一曲線上で予測されうることを示し，これらの結果より b の値として64.1を提案している。しかしながら b の値については各種の報告があり，29～148の間でばらついている。また式 (1.1.9) の形では explicit に $C_f(z_a)$ を決定できないため，粗面上の流れに対して近似的に次式の形で表現されることが多い。

$$C_f(z_a)\times 10^3=(a_1+b_1 W(10\mathrm{m})) \tag{1.1.10}$$

a_1，b_1 の係数値としては Deacon and Webb[9] の1.0, 0.07, Garratt[10] の 0.75, 0.067, 近藤[7] の 1.2, 0.025, Wu[2] の 0.8, 0.065 がある。

1.1.4 τ_{wave}，τ_{flow} への分配の形式

波のもつ運動量の大きさは一般に波をストークス波と近似することによりもとまる。ストークス波による運動量輸送速度 v_{stokes} は深水波の場合，次の式で表現される。

$$v_{stokes}(z)=(\pi H/\lambda)^2\, c_0 \exp(4\pi z/\lambda) \tag{1.1.11}$$

ここにHは波高，λは波長，c_0は位相速度である。また$2\pi/\lambda= g/c_0^2$である。$v_{stokes}(z)$を$-h$から0まで積分すると，単位幅当りの波進行方向への全体積輸送量Vがもとまり，そのときの運動量Mは

$$M=\rho V=\rho\pi c_0 H^2/4\lambda=\rho g H^2/8c_0 \tag{1.1.12}$$

これを単位面積当りの波エネルギーE_{wave}

$$E_{wave}=\frac{1}{8}\rho g H^2 \tag{1.1.13}$$

と比較すると

$$M=E_{wave}/c_0 \tag{1.1.14}$$

の関係が得られる。τ_{wave}に相当する風摩擦係数をC_{wave}とすれば，

$$C_{wave}=\frac{\tau_{wave}}{\rho_a W^2}=\frac{\mathrm{d}M/\mathrm{d}t}{\rho_a W^2}=\frac{c_0\mathrm{d}M/\mathrm{d}x}{\rho_a W^2}=\frac{c_0\dfrac{\mathrm{d}(E/c_0)}{\mathrm{d}x}}{\rho_a W^2} \tag{1.1.15}$$

となる。C_{wave}/C_fの値としては，Stewart は現地観測より0.2[11]，Wu は風洞水槽の実験より$W>3.5$m で0.2[12]，それ以下の風になると Lighthill が予測するように大きくなり0.2～0.7[13]との報告がある。岩田らは風波スペクトルの増大率の観測から全応力のほとんどが波の抵抗であることを示している[14]。1.1.6 で有義波の波高，位相速度の予測式を式（1.1.15）に代入して，現地におけるC_{wave}の推定する。τ_{flow}への伝達係数は式（1.1.1）から明らかなように(C_f-C_{wave})で与えられる。

1.1.5 u_{wave}，u_{flow}の予測

u_{wave}，u_{flow}の大きさは式（1.1.2）に示されるように風から水塊へのエネルギー供給量を予測する際に必要となる。u_{wave}の大きさは式（1.1.11）で$z=0$とおくことによりもとまる。すなわち，

$$u_{wave}=v_{stokes}(0)=(\pi H/\lambda)^2 c_0 \tag{1.1.16}$$

1.1.6 では波の予測式を利用してu_{wave}の大きさを見積もる。鳥羽[15]は風の応力により波にされる仕事率τ_{wind}，u_{wave}について次のような次元則を得ている。波周期Tを$T_*=gT/u_{*a}$，波高Hを$H_*=gH/u_{*a}^2$，u_{*a}を$u_{*a}^*=u_{*a}^3/g\nu$の形に無次元化すれば，u_{wave}に式（1.1.16）を利用して，

$$\tau_{wind}\ u_{wave}/\rho g\nu=\frac{\pi^3 u_{*a}^* H_*^2}{T_*^3} \tag{1.1.17}$$

となる。現地や風洞水槽で一般に成立することが認められる関係式 $H_* \propto T_*^{3/2}$ を考慮して，式(1.1.17)より単位面積当りの波へ与えられる力学的エネルギーが u_{*a}^{*} つまり u_{*a}^{3} に比例するという関係を導いている。このことは吹送距離によらず u_{wave} が u_{*a} に比例することを意味している。u_{flow} については1.2.で詳しく述べることにする。

1.1.6　風波の予測式

波浪の推定方式には経験公式によるもの，SMB 法 (Sverdrup, Munk, and Bretschneider method) などの有義波法，および PNJ 法 (Pierson, Neumann, and James method) などのエネルギースペクトルを利用する方法などがある。ここでは観測結果との対応，適用の簡単さなどを考慮して SMB 法を示す。SMB 法とは1942年に Sverdrup と Munk が提唱して，その後 Bretschneider が補正を加えた半経験的予測手法である。その導出方法は井島[16]，石原・本間[17]などに詳しく説明されているので省略するが，基本的仮定として次の概念を用いている。

（1）　不規則な海面状態を表現するのに有義波を定義し，その波高 $H_{1/3}$，周期 $T_{1/3}$ を吹送距離，吹送時間，風速と結びつけた。

（2）　風から波へのエネルギー輸送に，せん断力及び波面に作用する垂直応力の両者を考えている。つまりせん断力 τ_{T} による成分 R_{T} は，その伝達係数を C_{T} として

$$R_{\mathrm{T}} = \tau_{\mathrm{T}} u_{\mathrm{wave}} = C_{\mathrm{T}} \rho_a W^2 u_{\mathrm{wave}} \tag{1.1.18}$$

で表わすことができる。波面に作用する垂直応力 τ_{N} に起因する成分 R_{N} は垂直速度を w として，

$$R_{\mathrm{N}} = \frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda} \tau_{\mathrm{N}} w \mathrm{d}x = \frac{1}{2} S \rho_a (W - c_0)|W - c_0|\, u_{\mathrm{wave}} \tag{1.1.19}$$

で表わされる。この式は Jeffreys が波の Sheltering 効果として導いたものである。ここで，S は遮蔽係数と呼ばれるものである。彼らは C_{T} の値として0.0026を用いている。その結果 S は0.013であることを（3），（4）より導いている。

波の発生及び成長に関しては Jeffreys, Eckart, Phillips, Miles らのものがあるが，Jeffreys と Miles はともに R_{T} の成分は境界面付近で渦を発生し，分子粘性による運動エネルギーの消失となり，波の potential motion に寄与することはないと考えた。この点で SMB 法の理論には若干の問題が残る。この τ_{T}，τ_{N} という分離法は1.1.4 に示した τ_{wave}，τ_{flow} という分離法とは異なるものである。ともに和は τ_{wind} となり風速の鉛直分布などより算定されるものであるが，前者は伝達方式によるもので，後者は実質的に波，流れへ分配される運動量の輸送量を示している。

（3）　次のようなエネルギー保存則を仮定する。エネルギー輸送速度（群速度）c_g は深水波では $c_0/2$ である。

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(E_{\mathrm{wave}}\lambda) = \left\{(R_{\mathrm{T}} + R_{\mathrm{N}}) + \frac{\partial}{\partial x}(c_g E_{\mathrm{wave}})\right\}\lambda \tag{1.1.20}$$

この式は風から波へ供給されるエネルギーの一部が波高の増大に，一部が波速又は波長の増加に用いられることを示す。過渡状態 $\partial E_{wave}/\partial x=\partial\lambda/\partial x=0$ 及び定常状態 $\partial E_{wave}/\partial t=\partial\lambda/\partial t=0$ と簡単化される。ここで波のエネルギー E_{wave} には有義波の $H_{1/3}$ を用いて $E_{wave}=\frac{1}{8}\rho g H_{1/3}^2$ を適用する。

（4） 有義波の波令 c_0/W と波形勾配 $H_{1/3}/\lambda_{1/3}$ の観測により得られた関係を用いる。

以上の（1）~（4）の仮定より風波の予測式が求められたが，Wilsonの修正により次のような形で表わされている[18]。ここで吹送距離を F，最小吹送時間を t_{min} とする。

$$\left.\begin{aligned}
&gH_{1/3}/W^2=0.30\left[1-\left\{1+0.004(gF/W^2)^{1/2}\right\}^{-2}\right]\\
&gT_{1/3}/2\pi W=1.37\left[1-\left\{1+0.008(gF/W^2)^{1/3}\right\}^{-5}\right]\\
&c_g=gT_{1/3}/4\pi\\
&t_{\min}=\int_0^F \mathrm{d}x/c_g(x)
\end{aligned}\right\}\quad(1.1.21)$$

$gF/W^2<10^3$ の範囲では次のように近似できる。

$$\left.\begin{aligned}
&gH_{1/3}/W^2=0.0024\left(\frac{gF}{W^2}\right)^{1/2}\\
&c_g/W=\frac{0.0548}{2}\left(\frac{gF}{W^2}\right)^{1/3}
\end{aligned}\right\}\quad(1.1.22)$$

波の発達領域と考えられる式（1.1.22）を用いて，逆に定常状態での波エネルギーの増加率 $\mathrm{d}(E_{wave}c_g)/\mathrm{d}x$ を計算すると，（F と x はこの場合等しい。）

$$\mathrm{d}(E_{wave}c_g)/\mathrm{d}x\propto\left(\frac{gF}{W^2}\right)^{1/3}W^3 \qquad (1.1.23)$$

となる。この F とともに波エネルギーの増加率が増大するという傾向は，式（1.1.18），（1.1.19）で示される R_T，R_N の F による変化特性とは，後で示すように $\mathrm{d}u_{wave}/\mathrm{d}x=0$ のため相反したものとなっている。また波エネルギー増加率を (R_T+R_N) とする考え方は，1.1.5. で示した式（1.1.17）による評価法とも異なっている。ここでは以後，SMB 法の理論，仮定は議論せず，観測の結果得られた経験則と考えて式（1.1.21）（1.1.22）を用いてゆくことにする。

式（1.1.22）を用いれば式（1.1.15）より C_{wave} が，式（1.1.16）より u_{wave} がもとまる。

$$C_{wave}=\frac{0.0024^2\rho}{12\rho_a}=4.0\times10^{-4} \qquad (1.1.24)$$

$$u_{wave} = 8.75 \times 10^{-3} W \qquad (1.1.25)$$

この結果，波へ伝達される応力は風応力の数10％，また $u_{sur}(=u_{wave}+u_{flow})$ は風速の3％程度という報告が多いので，波の質量輸送による表面流速はその内の約30％となる。さらに1.1.5 に示した $H_* \propto T_*^{3/2}$ の関係は満足されていることがわかる。

またSMB法では（1）の仮定により，波の運動，位置エネルギーの和を，$\rho g H_{1/3}^2/8$ としたが，逆に $H_{1/3}$ が予測されたときの波エネルギーは，波高の統計的分布特性により決定される。まず波の位置エネルギー E_{wp} は水位変動を ζ として

$$E_{wp} = \frac{1}{2}\rho g \overline{\zeta^2} \qquad (1.1.26)$$

で表わされる。$H_{1/3}$ と $\overline{\zeta^2}$ の間には波高の分布を Rayleigh 分布とすると次のような関係がある。[19)]

$$H_{1/3} = 2.83\sqrt{2\overline{\zeta^2}} \qquad (1.1.27)$$

これを用いて，また波の運動エネルギーが位置エネルギーと等しいという微小振幅波理論を適用すれば，波のもつ全エネルギー E_{wave} は，

$$E_{wave} = 2\frac{\rho g}{2}\frac{H_{1/3}^2}{16} = \frac{\rho g}{16}H_{1/3}^2 \qquad (1.1.28)$$

となり，（1）の有義波単独としたときの E_{wave} の½の大きさとなる。

1.2　吹送流の鉛直分布特性

1.2.1　基本方程式

非圧縮性流体の運動は運動方程式及び連続式により記述される。流速成分については時間平均（流速としては流れを対象とするため風波などの高周波波動成分，ストークスドリフトなどの成分を除いたものを扱う。）したものを用いて，また ρ の場所的変化が存在しない場を考えると，次のような基本方程式がもとまる。

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu\nabla^2\bar{u} - \rho\left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}\right.$$
$$\left. + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}\right) + \rho f v + \rho F_x \qquad (1.2.1)$$

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu\nabla^2\bar{v} - \rho\left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y}\right.$$
$$\left. + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z}\right) - \rho f u + \rho F_y \qquad (1.2.2)$$

$$\rho\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial \bar{w}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial \bar{w}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right)=-\frac{\partial \bar{p}}{\partial z}+\mu\nabla^2\bar{w}-\rho\left(\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y}\right.$$

$$\left.+\frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z}\right)+\rho F_z-\rho g \tag{1.2.3}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}=0 \tag{1.2.4}$$

ここで x, y 軸は左回り座標系とする。z 軸は鉛直上向きに選び，平均水面を $z=0$ とおく。また（$\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$）は平均流速成分，$\bar{p}$ は平均圧力，ρ, μ は水の密度，粘性係数，（u', v', w'）は流速の変動成分，（F_x, F_y, F_z）は外力成分，f はコリオリの係数で地球自転の角速度 ω と緯度 φ を用いて $2\omega\sin\varphi$ で表わされる。∇^2 はラプラシアンで（$\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2+\partial^2/\partial z^2$）とする。

自由水面を有する水塊を対象にすると，式 (1.2.3) では一般に圧力項，重力項以外は省略可能となり，大気圧を p_a，水面変化を ζ とすれば静水圧の式が得られる。

$$-\rho g-\frac{\partial \bar{p}}{\partial z}=0 \qquad \text{より} \qquad \bar{p}=\rho g(-z+\zeta)+p_a \tag{1.2.3'}$$

次に水面変化 ζ の大きさが小さいとして，$z=\zeta$ での境界条件を $z=0$ でおきかえるという ligid lid の仮定を用いる。また外力として風の水表面へのせん断力（τ_{wx}, τ_{wy}）のみを考えると，境界条件は次のように表わすことができる。ここで（τ_{wx}, τ_{wy}）は1.1.では τ_{flow} として表わされたものであるが，τ_{flow}, τ_{wave} の分離が難しいことより，以後の記号は $\tau_{wind}^2=\tau_{wx}^2+\tau_{wy}^2=\tau_{flow}^2$ とする。

$$\bar{u}=\bar{v}=\bar{w}=0 \qquad \text{at 固定境界} \tag{1.2.5}$$

$$\left.\begin{aligned}\tau_{wx}&=\left(\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}-\rho\overline{u'w'}\right)_{z=0}\\ \tau_{wy}&=\left(\mu\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}-\rho\overline{u'w'}\right)_{z=0}\end{aligned}\right\}\ \text{at } z=0 \tag{1.2.6}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial \zeta}{\partial y}=\bar{w} \quad \text{at } z=0 \tag{1.2.7}$$

式 (1.2.7) は運動学的境界条件である。以下に各種の簡単化した条件を考えて，そのとき生じる流動の特性を明らかにしてゆくことにする。

1.2.2 境界を有する水域における定常循環流

(1) 鉛直渦動粘性係数 K_z が一定の場合

水深変化の大きさが水深に比べ無視しうる場合には，側壁近傍などを除き $\bar{w}=0$ と近似でき，また水面勾配による $\bar{u}\cdot\partial\bar{u}/\partial x$ の大きさは $(1/\rho)\cdot\partial\bar{p}/\partial x$ と比較すると

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} : \frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = U_s\frac{U_s}{\mathrm{L}}\frac{\Delta\zeta}{h_s} : g\frac{\Delta\zeta}{L} = U_s^2/gh_s \tag{1.2.8}$$

より一般に吹送流では $U_s^2 \ll gh_s$ であるので省略できる。ここでLは水平スケール，U_s は $\bar{u}$、$\bar{v}$ のスケール，h_sは代表水深である。また $\partial\overline{u'^2}/\partial x \ll \partial\overline{u'w'}/\partial z$ であるので，この結果，式 (1.2.1) (1.2.2) は簡単に次のように表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned} -g\frac{\partial\zeta}{\partial x}+f\bar{v}+\nu\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial z^2}-\frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial z}=0 \\ -g\frac{\partial\zeta}{\partial y}-f\bar{u}+\nu\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial z^2}-\frac{\partial\overline{v'w'}}{\partial z}=0 \end{aligned}\right\} \tag{1.2.9}$$

ここで分子粘性項を省略し，レイノルズ応力 $\overline{u'w'}$，$\overline{v'w'}$ を鉛直方向均一の渦動粘性係数 $\bar{K}_z$ を用いて表現すると，式 (1.2.9) は解析的に解がもとまり複素数表現で次のように示される。

$$\bar{u}+\mathrm{i}\bar{v}=\frac{\tau_{wx}+\mathrm{i}\tau_{wy}}{(\mathrm{i}f\bar{K}_z)^{1/2}}\frac{\sinh(h+z)}{\cosh\eta h}-\frac{\mathrm{i}g}{f}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\mathrm{i}\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)\left(\frac{\cosh\eta z}{\cosh\eta h}-1\right) \tag{1.2.10}$$

ここで $\mathrm{i}^2=-1$，$\eta=(\mathrm{i}f/\bar{K}_z)^{1/2}$ である。

（2） コリオリ項を無視した定常循環流

式 (1.2.9) は一次元流れとして取り扱うことができることになり、基本方程式は次のように書くことができる。

$$-g\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\nu\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial z^2}-\frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial z}=0 \tag{1.2.11}$$

境界条件は $z=-h$ で $\bar{u}=0$，$z=0$ で $\tau_{wind}=\mu\mathrm{d}u/\mathrm{d}z-\rho\overline{u'w'}$ 及び流量は連続式より鉛直断面でゼロにならなければならないので $\int_{-h}^{0}\bar{u}(z)\mathrm{d}z=0$ となる。渦動粘性係数 K_z が全水深一定の場合には底面摩擦力 τ_b を次のように表わせば，

$$\tau_b=\rho\bar{K}_z\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=-h}=-n\tau_{wind} \tag{1.2.12}$$

u の分布は

$$u(z)=\frac{\tau_{wind}h}{\rho\bar{K}_z}\left[(1+\frac{z}{h})-\left(\frac{1}{2}\right)(1+n)\left(1-\frac{z^2}{h^2}\right)\right] \tag{1.2.13}$$

となる。連続式を考慮すれば $n=1/2$ となり，この結果水面勾配 $\partial\zeta/\partial x$ は

$$\frac{\partial\zeta}{\partial x}=\frac{\tau_{wind}}{\rho gh}(1+n)=\frac{3\tau_{wind}}{2\rho gh} \tag{1.2.14}$$

で与えられる。一般には K_z が全水深一定という仮定は実際の流れにおいて成立しない。このため実験によりもとまる流速分布から逆に，レイノルズ応力の分布特性などが評価される。水理実験、現地観測を通して，水面勾配，表面流速，及び流速分布に関する報告が数多くあるのでこれらを順次まとめてゆくことにする。

（3） 水面勾配

Keulegan[20] は約 20m の風洞付水槽を用いて，水深 4.0～11.5cm の範囲で波のある場合，ない場合に分けて水面勾配をもとめた。その結果は次の式で示される。

$$\partial\zeta/\partial x = a_1\frac{W^2}{\rho g h} + a_2\frac{(W-W_c)^2}{\rho g h}\left(\frac{h}{L_1}\right)^{1/2} \tag{1.2.15}$$

ここに L_1 は水路の長さである。$W<W_c$ の場合には式（1.2.15）の第1項のみで表現され，さらに風速が増加し，ある一定風速 W_c を超えると波が発生し第2項が生じることを報告している。ここで係数 a_1，a_2 はそれぞれ 3.3×10^{-6}，2.08×10^{-4} と算定され，また W_c の大きさは 3.9m/s 程度との結果を得ている。式（1.2.14）と式（1.2.15）の第1項の比較により，風摩擦係数 C_f は 1.6×10^{-3} となるが，層流のとき成立する $n=½$ が乱流状態でもあてはまるかに問題がある。

Baines[21] は水槽実験での吹送流鉛直分布より，$d\bar{u}/dz=0$ となる水深から式（1.2.13）を用いて n を逆算し，乱流の場合には $n\fallingdotseq0.1$ の結果を得ている。

（4） 表面流速

海洋などでの観測においては1.2.3 で述べるエクマン吹送流つまりコリオリ項との対応で整理されることが多い。水路実験では Keulegan[20]，Wu[22] らの報告があり，まず Keuleganは表面流速 u_{sur} を $Re^*=u_{sur}h/\nu$ で整理して，層流状態で $u_{sur}/W\propto(u_{sur}h/\nu)^{1/2}$，乱流状態で $u_{sur}/W\fallingdotseq0.033$ の結果を得た。層流状態の式は式（1.2.13）で $z=0$ での u の値と対応していることがわかる。Wu は水面近傍での流れをフロートにより測定し，その値を水表面に外挿することにより，$W>5$m/s で $u_{sur}/W\fallingdotseq0.04$ と報告している。u_{sur} の大きさには現地では波によるストークスドリフトが寄与してくることが考えられるが，実験室程度の吹送距離ではこれを無視しうると考えられる。以上をまとめれば乱流状態のときには，

$$u_{sur}=\alpha_1 W \tag{1.2.16}$$

$\alpha_1=0.03\sim0.04$ で表わすことができるだろう。

（5） 流速分布

Baines[21]，Wu[22] らは乱流状態下の吹送流鉛直流速分布を実験的にもとめたが，得られた流速分布は K_z 一定の式（1.2.13）とは若干異なり水表面付近では風の鉛直分布と等しく対数則によ

くあう分布となっている。Bhowmik[23] らは，浅い湖での観測結果が水表面近傍で対数則で表現されることを報告している。このことはレイノルズ応力が水表面付近で直線的にゼロに近づくことを示唆しているものと考えられる。管路，開水路における壁面近傍の流れは Prandtl の混合距離モデル $l=\kappa z'$ （z' は壁面よりの距離）を用いることにより対数則として説明されてきた。もうひとつの境界である水表面(管路では管中央)での現象に関しては以下のような報告がある。Nikuradse[24] は管路における l の分布を実験的にもとめたが，その結果管中央と管壁の中間域では l は $\kappa z'$ よりも小さくなることを示している。開水路において Jobson[25] はレイノルズ応力の算定より

$$\frac{K_z}{u_{*b}h}=\kappa\frac{z'}{h}\left(1-\frac{z'}{h}\right) \tag{1.2.17}$$

という放物型の結果を得て，τ の分布とあわせて l の表示として

$$l=\kappa z'\left(1-\frac{z'}{h}\right)^{1/2} \tag{1.2.18}$$

を提案している。u_{*b} は $\sqrt{\tau_b/\rho}$ である。Ueda ら[26] は壁，水面近傍でさらに K_z が減少することを実験より示し，Van Driest[27] による l の修正法を用いて，水面近傍での物質，運動量輸送の問題を論じている。

$$l=\kappa y\,[1-\exp(-y^+/A)],\quad y^+=u_{*b}z'/\nu \tag{1.2.19}$$

また Ellison[28] は $l=m(h-z')$ の形を用いて，Elder の分散係数の測定値より逆に $m=0.8>\kappa$ となることを示している。

以上を総合して考えれば，吹送流での混合長 l の仮定としては次の形が適当ではないかと考えられる。

$$l=\kappa z'\left(1-\frac{z'}{h}\right)B \tag{1.2.20}$$

ここでBは補正項である。式 (1.2.11) を z で積分することにより得られる次式に，

$$\rho\nu\frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z}+\rho l^2\left|\frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z}\right|\frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z}=\tau_b+\frac{\tau_{wind}-\tau_b}{h}(z+h)=\tau \tag{1.2.21}$$

l を代入して境界条件を考慮すれば $\bar{u}$ の分布及び n の値がもとめられる。これよりもとまる詳しい流速分布形に関しては3. で水槽実験結果と比較することにして，ここでは鉛直平均した $\bar{K}_z$ の大きさを推定してみよう。K_z は混合長理論より

$$K_z=l^2\left|\frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z}\right|=l\sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \tag{1.2.22}$$

であるので式 (1.2.20) の l (B = 1) 及び式 (1.2.21) の τ の分布を用いれば，$\bar{K}_z$ は n を用いて次のような形で表わせる。

$$\bar{K}_z = \frac{1}{h}\int_0^h K_z \mathrm{d}z = u_* \kappa h \frac{1}{(n+1)^3}\left(\frac{4}{35}+\frac{4}{15}n+\frac{4}{15}n^{5/2}+\frac{4}{35}n^{7/2}\right) \tag{1.2.23}$$

ここで，$u_* = \sqrt{\tau_{wind}/\rho}$ である。n の値は τ_{wind}，h の大きさで決定されるが乱流の場合 0.1 程度であるので開水路などと同じく

$$\bar{K}_z \fallingdotseq a_2 u_* h \tag{1.2.24}$$

の形で表現できる。このときの a_2 の値は0.043となる。

1.2.3　無限に広い水域での定常流れ

1.2.2 と異なるのは水面勾配が存在しないことと，連続式が必要なくなることである。基本方程式は次のように書ける。

$$\left.\begin{aligned} &f\bar{v} + \nu\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = 0 \\ &-f\bar{u} + \nu\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} - \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{1.2.25}$$

1.2.2 と同じくレイノルズ応力を $\bar{K}_z$ でおきかえて，境界条件 $\rho\bar{K}_z(\partial\bar{u}/\partial z)_{z=0}=0$，$\rho\bar{K}_z(\partial\bar{v}/\partial z)_{z=0}=\tau_{wy}$，$\bar{u}(-h)=\bar{v}(-h)=0$ のもとで解くと，

$$\left.\begin{aligned} &\bar{u} = A\sinh a(h+z)\cos a(h+z) - B\cosh a(h+z)\sin a(h+z) \\ &\bar{v} = A\cosh a(h+z)\sin a(h+z) + B\sinh a(h+z)\cos a(h+z) \end{aligned}\right\} \tag{1.2.26}$$

ここで

$$D = \pi\sqrt{\frac{2\bar{K}_z}{f}} \tag{1.2.27}$$

$$\left.\begin{aligned} &a = \pi/D \\ &A = \frac{\tau_{wy}D}{\rho\bar{K}_z\pi}\,\frac{\cosh ah\cos ah + \sinh ah\sin ah}{\cosh 2ah + \cos 2ah} \\ &B = \frac{\tau_{wy}D}{\rho\bar{K}_z\pi}\,\frac{\cosh ah\cos ah - \sinh ah\sin ah}{\cosh 2ah + \cos 2ah} \end{aligned}\right\} \tag{1.2.28}$$

となり，このとき表面流と風のなす角度 a_3 は次式で与えられる。

$$\tan\alpha_3=\frac{\sinh 2ah-\sin 2ah}{\sinh 2ah+\sin 2ah} \tag{1.2.29}$$

Dは摩擦速度と呼ばれ$h\to\infty$のとき表面吹送流と逆向きに流れる層の深さで，流速は表面の$e^{-\pi}$である。角度α_3はh/Dによって決定され水深が浅いとα_3はゼロに近いが$h\approx D$で右偏約 45°つまり無限海のものと等しくなる。次に無限深海における$\bar{K}_z'$は以下のように推定される。$h\to\infty$の場合，表面流速と風速の比は式（1.2.26）より

$$\frac{u_{\mathrm{sur}}}{W}=\frac{\sqrt{2}\,\pi\rho_a C_f W}{\rho f D} \tag{1.2.30}$$

で与えられ，またこの比の海域での値はエクマンが観測資料をまとめた結果，$W>4.3\mathrm{m/s}$ の範囲では[29]

$$\frac{u_{\mathrm{sur}}}{W}=\frac{0.0126}{\sqrt{\sin\varphi}}=\frac{\alpha_4}{\sqrt{\sin\varphi}} \tag{1.2.31}$$

で表わされる。この結果$\bar{K}_z'$の値は

$$\bar{K}_z'=\frac{fD^2}{2\pi^2}=\frac{\rho_a^2 C_f^2 W^2}{2\rho^2\omega\alpha_4^2} \tag{1.2.32}$$

となり，式（1.2.25）とは異なり風速の 2 乗に比例する形となる。

また式（1.2.25）でコリオリ項を省略したものは風洞付循環水槽の流れなどに対応するが，この場合は水中のせん断力τは全水深で一定となる。レイノルズ応力に適当な仮定をおけば，1.2.2 と同様に流速分布が推定できる。

1.2.4　無限水域での非定常流れ

式（1.2.27）の左辺に非定常項を付加してレイノルズ応力を全水深一定の$\bar{K}_z$を用いて表現したときの非定常解は，$z=0$で$\rho\bar{K}_z\dfrac{\partial\bar{u}}{\partial z}=0$，$\rho\bar{K}_z\dfrac{\partial\bar{v}}{\partial z}=\tau_{wy}$及び$z=-\infty$で$\bar{u}=\bar{v}=0$の境界条件，$t=0$で$\bar{u}(z)=\bar{v}(z)=0$の初期条件のもとで，Fremholm により[29]次のような形で示される。

$$\left.\begin{aligned}
\bar{u}(t,z)&=\frac{\pi\tau_{wy}}{\rho\omega D}\int_0^{\varphi'}\frac{\sin 2\pi\xi}{\sqrt{\xi}}\exp\left(-\frac{\pi z^2}{4D^2\xi}\right)d\xi\\
\bar{v}(t,z)&=\frac{\pi\tau_{wy}}{\rho\omega D}\int_0^{\varphi'}\frac{\cos 2\pi\xi}{\sqrt{\xi}}\exp\left(-\frac{\pi z^2}{4D^2\xi}\right)d\xi\\
\varphi'&=\frac{\omega\sin\varphi}{\pi}t
\end{aligned}\right\} \tag{1.2.33}$$

またコリオリ項を省略して$\bar{u}$についての一次元方程式にすれば，境界条件$z\to\infty$で$\dfrac{\partial\bar{u}}{\partial x}=0$を考慮して解は，

$$\bar{u}(t,z)=\frac{\tau_{\mathrm{wind}}}{\rho\sqrt{\pi\bar{K}_z}}\int_0^t \exp\left(-\frac{z^2}{4\bar{K}_z(t-\tau')}\right)\frac{1}{\sqrt{t-\tau'}}\mathrm{d}\tau' \tag{1.2.34}$$

となる。ともに運動の伝わる層の厚さは $\sqrt{\bar{K}_z t}$ に規定されていることがわかる。しかしながら式 (1.2.33) (1.2.34) とも $\bar{K}_z$ の場所的，時間的変化は考慮していないため，実際の伝達時間スケールの算定にはエネルギー収支で得られる式の方が正確であると考えられる。

1.2.5　鉛直粘性項とコリオリ項の比較

1.2.2 (2)～(5) ではコリオリ項を無視して流れの特性をもとめたが，このようにコリオリ項が省略可能となる条件を考えてみることにしよう。鉛直粘性項とコリオリ項の比 β_{Ekman} は鉛直スケールに関するエクマン数として表現される。

$$\beta_{\mathrm{Ekman}}=\bar{K}_z\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial z^2}:f\bar{v}=\bar{K}_z\frac{U_s}{h^2}:fU_s=\frac{\bar{K}_z}{fh^2} \tag{1.2.35}$$

$\bar{K}_z$ に式 (1.2.24) を近似的に用いれば，鉛直方向のせん断力がコリオリ力より大きくなる条件 $\beta_{\mathrm{Ekman}}>1$ より

$$\frac{\alpha_2 u_*}{fh}>1 \tag{1.2.36}$$

となり，$f=4.27\times10^{-5}\,\mathrm{sec}^{-1}$ (緯度36度)，$\alpha_2=0.043$，$C_f=0.001$，$W=5\mathrm{m/s}$ で $h<5.5\mathrm{m}$ が得られる。式 (1.2.35) の形は摩擦速度 D を用いても導くことができる。Ekman は式 (1.2.26) において，h/D を変化させ，そのときの (u，v) の変化を図に表わしているが[29]，その図によれば $h/D<0.25$ でコリオリ項の影響が少ないことがわかる。式 (1.2.24)，(1.2.27) を用いてこの条件を書きなおせば，

$$\frac{\pi^2\alpha_2 u_*}{8fh}>1 \tag{1.2.37}$$

となり，式 (1.2.36) と若干係数が異なるだけである。

水深が深くなると，式 (1.2.24) では $\bar{K}_z$ を表現できなくなり，式 (1.2.32) の形で表わされることになるが，その移行に関する h，W などに関する条件がいままで述べてきた理論では明らかにされていない。しかし式 (1.2.24) と式 (1.2.32) では前者が h を含む形であるのに対し，後者は h に関係していないことを考慮すれば，その移行に関する h，W の条件は式 (1.2.24) でもとまる $\bar{K}_z$ と式 (1.2.32) でもとまる $\bar{K}_z'$ が等しくなる時と考えられないだろうか。係数に関しては問題点があるだろうが，定性的な関係としては正しいと考えられる。ここで式 (1.2.24) が成立するのは $\bar{K}_z<\bar{K}_z'$ の時と考えられるので，この条件は次のような式で表わすことができる。

$$\frac{\rho_a C_f u_*}{2\rho_w a_2 a_4^2 h} > 1 \tag{1.2.38}$$

係数の大きさが式 (1.2.36) に比較して5倍程度大きいだけで，形は式 (1.2.36)(1.2.37) と等しい。以上のことを総合して考えるならば，コリオリ項の無視しうる h，Wを規定する条件は式 (1.2.36) の形で与えられる。

1.3　風起因の水平循環流

1.3.1　基本方程式

1.2 では鉛直方向の流速分布を中心に話を進めてきたが，ここではコリオリ項，底面地形変化などにより生じる水平的な流れのパターンを理論的に取り扱う。基本方程式は式 (1.2.1)(1.2.2)(1.2.4) であるが，これらを鉛直方向に全水深にわたり積分した式を用いることにする。項の省略などに関しては上野[30] に従うことにして，鉛直積分流速U，Vを

$$U=\int_{-h}^{\zeta}\bar{u}(z)\mathrm{d}z,\quad V=\int_{-h}^{\zeta}\bar{v}(z)\mathrm{d}z \tag{1.3.1}$$

とおくと基本方程式は，

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial t}&=fV-g(h+\zeta)\frac{\partial\zeta}{\partial x}-(h+\zeta)\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{U^2}{(h+\zeta)^2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{UV}{(h+\zeta)^2}\right)\right\}\\
&\qquad+K_{\mathrm{L}}\nabla^2U+\frac{\tau_{\mathrm{wx}}}{\rho}-\frac{\tau_{\mathrm{bx}}}{\rho}\\
\frac{\partial V}{\partial t}&=-fU-g(h+\zeta)\frac{\partial\zeta}{\partial y}-(h+\zeta)\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{UV}{(h+\zeta)^2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{V^2}{(h+\zeta)^2}\right)\right\}\\
&\qquad+K_{\mathrm{L}}\nabla^2V+\frac{\tau_{\mathrm{wy}}}{\rho}-\frac{\tau_{\mathrm{by}}}{\rho}
\end{aligned}\right\} \tag{1.3.2}$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\right) \tag{1.3.3}$$

ここで大気圧 p_a の空間的変化は無視し，水平レイノルズ応力は K_{L} で表現した。K_{L} の大きさは一般に対象とする領域の空間スケールLにより決まるという等方性乱流概念によれば次のような式で表現される。

$$K_{\mathrm{L}}=\beta L^{4/3} \tag{1.3.4}$$

ここで βの値は拡散係数などの実測値をもとにして[31]，渦動粘性係数が渦動拡散係数とほぼ等しいということを仮定すれば，0.01～0.09 ($\mathrm{cm}^{2/3}\cdot\mathrm{s}^{-1}$) 程度と考えられる。

次に底面摩擦係数 τ_b の表現法には，断面平均流速に比例，又はその二乗に比例するなどいくつ

かのものが提案されていて，それぞれ以下のような式で表わされる。

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho}=\alpha_5\frac{U}{h},\quad \frac{\tau_{by}}{\rho}=\alpha_5\frac{V}{h} \tag{1.3.5}$$

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho}=\frac{\alpha_6 U\mid U\mid}{h^2},\quad \frac{\tau_{by}}{\rho}=\frac{\alpha_6 V\mid V\mid}{h^2} \tag{1.3.6}$$

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho}=\frac{\alpha_7 U\sqrt{U^2+V^2}}{h^2},\quad \frac{\tau_{by}}{\rho}=\frac{\alpha_7 V\sqrt{U^2+V^2}}{h^2} \tag{1.3.7}$$

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho}=\frac{\alpha_8 U\sqrt{U^2+V^2}}{h^2}-\alpha_9\frac{\tau_s}{\rho},\quad \frac{\tau_{by}}{\rho}=\frac{\alpha_8 V\sqrt{U^2+V^2}}{h^2}-\alpha_9\frac{\tau_s}{\rho} \tag{1.3.8}$$

式 (1.3.5) は線形なため理論的考察には適当だが，現実の τ_b を表現しえない。式 (1.3.6)，(1.3.7) は潮流の計算に一般に使用されるものである。吹送流のように τ_s が存在する流れにおいては，その流速分布特性から式 (1.3.8) のような形が用いられることが多い[30]。それぞれが長所，短所を有している。マニング係数 n_1 とは

$$\alpha_5=\frac{gn_1^2(U/h)}{h^{1/3}} \tag{1.3.9}$$

$$\alpha_6=\frac{gn_1^2}{h^{1/3}} \tag{1.3.10}$$

などの関係がある。α_8 の値については 2.6×10^{-3} がしばしば使用されていて，そのとき α_9 は 0.25程度とされている。

表　1−1　現地，模型実験における運動方程式各項の大きさ

Table 1−1　Magnitude of each term in momentum equations corresponding to currents in field and hydraulic model

諸元	L_s	$\bar{h}_s$	τ_{wind}	u_s	K_L
現地	20km	4m	0.77dyne/cm^2	10cm/s	2.5×10^6cm^2/s
模型	2.5m	8cm	0.44dyne/cm^2	4cm/s	16cm^2/s

τ_{wind} ; $C_f=0.001$, W ; 現地−8m/s，模型−6m/s，u_s ; 観測の代表値，K_L ; $\beta=0.01$

	慣性項 $u_s\frac{u_s}{L_s}$	圧力項 $g\frac{\Delta\zeta}{L_s}$	表面摩擦項 $\frac{\tau_{wind}}{\rho h_s}$	底面摩擦項 $\frac{\tau_b}{\rho h_s}$	コリオリ項 fu_s	水平粘性項 $K_L\frac{u_s}{L_s^2}$
現地	5×10^{-5}	1.3×10^{-3}	1.9×10^{-3}	6.5×10^{-4}	7.3×10^{-4}	6.3×10^{-6}
模型	0.064	0.050	0.055	5.2×10^{-3}	2.9×10^{-4}	1.0×10^{-3}

圧力項 ; $g\Delta\zeta/L_s=(\tau_{wind}-\tau_b)/\rho h$，底面摩擦項 ; 式 (1.3.6) $\alpha_6=0.0026$，コリオリ項 ; $f=7.27\times10^{-5}$

以上の諸係数を用いて，霞ヶ浦における式(1.3.2)の各項のオーダーを算定したのが表1－1である。比較のために3.で示す霞ヶ浦水理模型の数値も記してある。これを見ると現地では風摩擦応力項，底面摩擦項，コリオリ項，圧力項が卓越し，模型では風摩擦応力項，底面摩擦項，慣性項，圧力項が大きい。底面摩擦項の算定には式(1.3.6)で$\alpha_6=0.0026$を用いたが，2.，3.で示されるように実測されたα_6の大きさは，現地では1オーダー，模型では2オーダー大きな値が得られている。このため現地においてもコリオリ項の役割りは十分小さいものと推定される。以下に基本項の組み合わせによりどのような水平循環パターンが生じるかを考えてみることにする。

1.3.2　慣性円運動，渦動方程式，ロスビー波

式(1.3.2)で風，底面摩擦，水平粘性などの粘性項を省略し，風停止後などの外力がなくなった状態の流れの特性を考えてみよう。基本方程式は次のように書くことができる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}&=fV-g\frac{\partial\zeta}{\partial x}\\ \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}&=-fU-g\frac{\partial\zeta}{\partial y}\end{aligned}\right\}\quad(1.3.11)$$

このとき$\partial\zeta/\partial x\sim\partial\zeta/\partial y\approx0$が仮定できるときには慣性円運動となり，初期スピードが保存され時計回りに周期$2\pi/2\omega\sin\varphi$で一周する流れとなる。

また式(1.3.11)は渦度$\Omega=\partial(V/(h+\zeta))/\partial x-\partial(U/(h+\zeta))/\partial y$を用いると連続式とあわせて，

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{f+\Omega}{h+\zeta}\right)=0 \qquad (1.3.12)$$

と変形できる。これは地球の回転も含めた，絶対渦度の保存式であり，Stommelはこの式を用いて，大洋の大循環における西岸海流強化現象を説明している。[32)]

また式(1.3.12)を$h\gg\zeta$として簡単化すれば，

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Omega-\frac{f}{h}\zeta)+U\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{f}{h}\right)+V\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{f}{h}\right)=0 \qquad (1.3.13)$$

となり，f/hが一様でない水域で生じるロスビー波（fの変化)，地形性ロスビー波（hの変化)の基本方程式となる。

1.3.3　水深の深い場合の水平循環流

慣性項は理論的な取り扱いが難しいため省略するとして，水深が深く底面摩擦τ_bが無視しう

る場合には、基本方程式は次のように書ける。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t}&=fV-g(h+\zeta)\frac{\partial \zeta}{\partial x}+K_L\nabla^2U+\frac{\tau_{wx}}{\rho}\\\frac{\partial V}{\partial t}&=-fU-g(h+\zeta)\frac{\partial \zeta}{\partial y}+K_L\nabla^2V+\frac{\tau_{wy}}{\rho}\end{aligned}\right\}\quad(1.3.14)$$

ここで $U=\partial\Psi/\partial y$, $V=-\partial\Psi/\partial x$ の流れ関数を用いて ζ を消去すると、$h\gg\zeta$ を考慮して、

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \Omega}{\partial t}&=f\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{h}\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{h}\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)\right\}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\tau_{wx}}{\rho h}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\tau_{wy}}{\rho h}\right)\\&\quad+K_L\nabla^2\Omega\\\Omega&=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{h}\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{h}\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right)\end{aligned}\right\}\quad(1.3.15)$$

となる[33]。この方程式が意味することは風の curl 又は底面地形と風の組み合わせにより渦度が発生し、それが水平粘性項とつりあうということである。

1.3.4 水深が浅い場合の水平循環流

水深が浅く底面摩擦が卓越し、コリオリ項及び水平粘性項が無視しうる場合には、慣性項を省略してさらに定常状態の流れを対象にすれば基本方程式は次のように書ける。

$$\left.\begin{aligned}-gh\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{\tau_{wx}}{\rho}-\frac{\tau_{bx}}{\rho}&=0\\-gh\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{\tau_{wy}}{\rho}-\frac{\tau_{by}}{\rho}&=0\end{aligned}\right\}\quad(1.3.16)$$

τ_{bx}, τ_{by} に式 (1.3.5) (1.3.6) を用いて上式より ζ を消去すれば、$U=\partial\Psi/\partial y$, $V=-\partial\Psi/\partial x$ の流れ関数を用いて、それぞれ次のような式が得られる。

$$\begin{aligned}\nabla^2\Psi&=\frac{\frac{\partial h}{\partial y}}{h}\cdot\frac{\partial\Psi}{\partial y}+\frac{\frac{\partial h}{\partial x}}{h}\cdot\frac{\partial\Psi}{\partial x}+\frac{1}{\rho\alpha_5}\left\{h\left(\frac{\partial\tau_{wx}}{\partial y}-\frac{\partial\tau_{wy}}{\partial x}\right)-\frac{\partial h}{\partial y}\tau_{wx}\right.\\&\quad\left.+\frac{\partial h}{\partial x}\tau_{wy}\right\}\end{aligned}\qquad(1.3.17)$$

$$\left|\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\left|\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right|\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}=\frac{\frac{\partial h}{\partial x}}{h}\left|\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|\frac{\partial\Psi}{\partial x}+\frac{\frac{\partial h}{\partial y}}{h}\left|\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right|\frac{\partial\Psi}{\partial y}$$

$$+\frac{1}{\rho\alpha_6}\left\{h^2\left(\frac{\partial\tau_{wx}}{\partial y}-\frac{\partial\tau_{wy}}{\partial x}\right)-h\left(\frac{\partial h}{\partial y}\tau_{wx}-\frac{\partial h}{\partial x}\tau_{wy}\right)\right\} \tag{1.3.18}$$

境界条件は境界での法線流速成分がゼロより境界において Ψ=const. である。

式 (1.3.17) (1.3.18) は式 (1.3.15) と同様に，風の curl 又は吹送方向と直角方向の水深変化により渦度が生じることを示すが，このときつりあうのは式 (1.3.17) で明らかなように底面摩擦項である。この渦度により生じる水平循環流は風の curl が存在しなく吹送方向と直角に水深変化のある場合には，水深の浅い側で風の吹送方向，深い側で逆方向となるように流れる。その流れの大きさ u_{rot} は式 (1.3.17) を用いれば，Lを水平スケールとして，

$$u_{rot}=\frac{L}{2\alpha_5 h}\left(\frac{\tau_{wx}}{\rho}\frac{\partial h}{\partial y}-\frac{\tau_{wy}}{\rho}\frac{\partial h}{\partial x}\right) \tag{1.3.19}$$

となり，式 (1.3.18) では

$$u_{rot}\propto\left\{\frac{1}{\alpha_6}\left(\frac{\tau_{wx}}{\rho}\frac{\partial h}{\partial y}-\frac{\tau_{wy}}{\rho}\frac{\partial h}{\partial x}\right)\right\}^{1/2} \tag{1.3.19'}$$

となる。式 (1.3.17) は全水域で一定値をもつ $\bar{K}_z$ を用いても表現できる[34]。鉛直積分する前の式を基本方程式として，

$$\left.\begin{aligned}&-g\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\bar{K}_z\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial z^2}=0\\&-g\frac{\partial\zeta}{\partial y}+\bar{K}_z\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial z^2}=0\end{aligned}\right\} \tag{1.3.16'}$$

これより $\bar{u}$，$\bar{v}$ は次の形で表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned}&\bar{u}=\frac{g\frac{\partial\zeta}{\partial x}}{2\bar{K}_z}(z-h)(z+h)+\frac{\tau_{wx}}{\rho\bar{K}_z}(z+h)\\&\bar{v}=\frac{g\frac{\partial\zeta}{\partial y}}{2\bar{K}_z}(z-h)(z+h)+\frac{\tau_{wy}}{\rho\bar{K}_z}(z+h)\end{aligned}\right\} \tag{1.3.20}$$

積分流量U，Vは

$$\left.\begin{aligned}&U=\int_{-h}^{0}\bar{u}(z)\mathrm{d}z=-\frac{g\frac{\partial\zeta}{\partial x}}{3\bar{K}_z}h^3+\frac{\tau_{wx}h^2}{2\rho\bar{K}_z}\\&V=\int_{-h}^{0}\bar{v}(z)\mathrm{d}z=-\frac{g\frac{\partial\zeta}{\partial y}}{3\bar{K}_z}h^3+\frac{\tau_{wy}h^2}{2\rho\bar{K}_z}\end{aligned}\right\} \tag{1.3.21}$$

となり、ζを消去すれば,

$$\nabla^2\Psi=\frac{3}{h}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial \Psi}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial y}\frac{\partial \Psi}{\partial y}\right)+\frac{1}{2\rho\bar{K}_z}\left\{\left(\frac{\partial \tau_{wx}}{\partial y}-\frac{\partial \tau_{wy}}{\partial x}\right)h^2 -h\left(\tau_{wx}\frac{\partial h}{\partial y}-\tau_{wy}\frac{\partial h}{\partial x}\right)\right\} \tag{1.3.22}$$

が得られる。若干の違いはあるが、流れの特性は式（1.3.17）と同じであり $\bar{K}_z$ と α_5 は次の関係を有することがわかる。

$$\bar{K}_z=\frac{\alpha_5 h}{2} \tag{1.3.23}$$

式（1.3.17),（1.3.22）はそれぞれ式（1.3.5）やK_zが全水域一定などという層流的な流れを表現する仮定を用いていることに問題点がある。しかし式（1.3.18）では定量的に流れの大きさを推定できない。式（1.3.22）では $\bar{K}_z$ に式（1.2.24）などを用いればある程度乱流状態を近似させることが可能である。このため今後 u_{rot} の推定には式（1.3.22）を用いることにする。

1.3.5　鉛直，水平循環流の関係

次のような水域を考えて，そこに生じる鉛直，及び水平循環流の関係を調べてみよう。直径をLとして，中心で最大水深h，縁で水深ゼロ，中間で勾配一定の逆円錐湖盆をもつ水域を考える。K_zを全水域一定とすると鉛直循環流の最大は，水域の中心の水面（$z=0$）で生じ，その大きさ u_{sur} は式（1.2.13）よりもとまる。次に水平循環流の最大は境界でスリップ条件を仮定すると縁で生じ，その大きさは式（1.3.19)(1.3.23）を用いて表わすことができる。この結果，線形な凝似層流理論からは次の関係が得られることがわかる。

$$u_{sur}\fallingdotseq u_{rot} \tag{1.3.24}$$

1.4　セイシュ

1.4.1　基本方程式

水域に生じる長周期波にはいろいろな種類の波が考えられるが，ここでは湖などの閉水域で最も卓越するセイシュ（*seiche*）を取り扱うことにする。セイシュが湖内に生じる原因としては気圧変動を伴う気団の通過，風の変化，洪水などによる急激な流入水の増加などがあげられるが[35]，一般的には風の変化が最もひんぱんでもあり，影響も大きいと考えられるので[36]，ここでは風の吹き始め，停止に伴なうセイシュのみを対象にすることにする。また浅い湖では安定な成層が存在し得ないため，内部波が生じることは少ないので水面に生じるセイシュのみを取り扱うことにする。長周期波であるために $h\gg\zeta$、及びコリオリ項，水平粘性項，慣性項を省略できる場合が

多いと考え，鉛直積分流量U，Vに関する基本方程式は次のように書くことができる。ここで外力の存在は考えないとして，水面勾配の生じている状態を初期状態と考えることにする。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t}&=-gh\frac{\partial \zeta}{\partial x}-\frac{\tau_{bx}}{\rho}\\ \frac{\partial V}{\partial t}&=-gh\frac{\partial \zeta}{\partial y}-\frac{\tau_{by}}{\rho}\\ \frac{\partial \zeta}{\partial t}&=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\right)\end{aligned}\right\} \quad ((1.4.1)$$

1.4.2　周　期

まず振動の減衰を考えない場合は τ_{bx}，τ_{by} を省略すると，式 (1.4.1) は

$$c_0^2\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2}\right)=\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2},\quad c_0=\sqrt{gh} \qquad (1.4.2)$$

となり，波速が c_0 で表わされることがわかる。このため水深h，辺をa，bとす長方形水域に生じるセイシュの周期は次式で与えられる。

$$T=\frac{2}{\sqrt{gh}\sqrt{\dfrac{m_1^2}{a^2}+\dfrac{m_2^2}{b^2}}},\quad \begin{pmatrix}m_1=0,1,2,\cdots\cdots\\ m_2=0,1,2,\cdots\cdots\end{pmatrix} \qquad (1.4.3)$$

次に τ_{bx} に式 (1.3.5) を用いて，x 方向一次元問題として，底面摩擦の存在するときのセイシュ周期 T' をもとめてみよう。

$$U=-U_0e^{-\alpha_s t}\cos kx\sin\sigma t \qquad (1.4.4)$$

とおくと次の関係が得られる[36), 37)]。

$$\alpha_5=2\alpha_9 h \qquad (1.4.5)$$

$$k=[(\alpha_5^2+\sigma^2)/gh]^{1/2},\quad T'=\frac{\mathrm{T}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\alpha_5 T}{4\pi h}\right)^2}} \qquad (1.4.6)$$

次に霞ヶ浦のような任意の形状をもつ湖でのセイシュ周期については Neumann による方法がある[19)]。湖が m_3 個の入江に分かれているときには，L_i，B_i，h_i を各入江の長さ，幅，水深とするとその周期Tは次の方程式を解けばもとまる。

$$\sum_{i=1}^{m_3} Z_i=0,\quad Z_i=B_i\sqrt{gh_i}\tan\frac{2\pi L_i}{\sqrt{gh_i}T} \qquad (1.4.7)$$

1.4.3　風のせん断力による水面勾配

1.2.2 の（3）で書いたように $\partial\zeta/\partial x$ は $n(=-\tau_b/\tau_{wind})$ を用いて $n\tau_{wind}/\rho gh$ で与えられる。これを用いれば，長さ L，幅，水深一定の水域で風速 W の風が吹いたときには，その両端で風のない場合の平常水位に比べ，次式で表わされるような $\Delta\zeta$ の水位変化を生じる。

$$\Delta\zeta=\frac{L}{2}\cdot\frac{n\tau_{wind}}{\rho gh}=\frac{nL\rho_a C_f W^2}{2\rho gh} \tag{1.4.8}$$

1.4.4　セイシュにより生じる流速

式（1.4.8）を用いて，$\zeta_{ini}(x)=\frac{2\Delta\zeta}{L}(x-\frac{L}{2})$ のような水面形状を初期状態と考えて，風の応力が解放された後の流速の大きさをもとめてみよう。水位変化は両端での境界条件を満足するものとして，次のようなフーリエ級数で表わされる。

$$\zeta(x,t)=\sum_{i=1}^{\infty}f_i\cos i\pi\frac{c_0t}{L}\cos i\pi\frac{x}{L} \tag{1.4.9}$$

f_i は初期条件より

$$f_i=\frac{2}{L}\int_0^L\zeta_{ini}(\xi)\cos i\pi\frac{\xi}{L}d\xi \tag{1.4.10}$$

となる。f_i は i の奇数値でゼロでない値をもつが，$i=1$ で卓越するので $i=1$ のみで $\zeta(x,t)$ を近似すれば

$$\zeta(x,t)\approx\frac{8\Delta\zeta}{\pi^2}\cos\pi\frac{c_0t}{L}\cos\frac{\pi x}{L} \tag{1.4.11}$$

となる。この結果連続式より $U(x,t)$ をもとめると，

$$U(x,t)=-\int_0^x\frac{\partial\zeta}{\partial t}dx\approx\frac{8c_0\Delta\zeta}{\pi L}\sin2\pi\frac{t}{T}\int_0^x\cos\frac{\pi x}{L}dx \tag{1.4.12}$$

が得られる。このとき $x=L/2$ で生じるセイシュの最大流速 u_{se} は式（1.4.8）を用いて次のように表わすことができる。

$$u_{se}=\frac{8c_0\Delta\zeta}{\pi^2h}=\frac{4\rho_aC_fnW^2L}{\pi^2\rho h\sqrt{gh}}=\frac{2\rho_aC_fnW^2T}{\pi^2\rho h} \tag{1.4.13}$$

1.4.5　セイシュの減衰

底面摩擦などがある場合には減衰が生じる。減衰の速さは ζ_0 を初期振幅として，1周期に対する減衰係数 α_{10} で定義される。

$$\alpha_{10}=\frac{T}{t}\ln\frac{\zeta_0}{\zeta(t)} \tag{1.4.14}$$

波のエネルギーは波高の2乗に比例するので，エネルギーの減衰係数 α_{11} は α_{10} と

$$\alpha_{11}=\frac{T}{t}\ln\frac{E_0}{E(t)},\quad \alpha_{11}=2\alpha_{10} \tag{1.4.15}$$

の関係がある。

流れが層流の場合には Keulegan[38]，Shiau and Rumer[39] らにより α_{10}，α_{11} は解析的にもとめられている。L，B(幅)$\gg h$ として底面摩擦が卓越する場合には θ を Proudman 数（粘性項と圧力項の比）として，

$$\alpha_{10}=\frac{\alpha_{11}}{2}=\frac{\pi}{2}(4\theta)^{1/4},\quad \theta=\frac{L^2\nu^2}{g\pi^2h^5} \tag{1.4.16}$$

が得られている。$\alpha_{10}=\alpha_9 T$ の関係を利用して，さらに式（1.4.5）を用いて α_5 をもとめれば，

$$\alpha_5=\frac{2\alpha_{10}h}{T}=\sqrt{\frac{\pi\nu}{T}} \tag{1.4.17}$$

となる。また式（1.3.6）の α_6 の形で表現すると，層流状態では

$$\alpha_6=\sqrt{\frac{\pi\nu}{(Tu)u}}=\sqrt{\frac{\pi\nu}{l_1u}} \tag{1.4.18}$$

となり，一周期間に進む距離 $l_1(=Tu)$ を長さスケールとしたレイノルズ数で規定されることがわかる。

次に乱流状態を考えてみると式（1.3.6）の形で底面摩擦が与えられるので，式（1.4.14）（1.4.15）のように一定の減衰係数では表現できない。波エネルギーの減衰の速さは波のもつ位置エネルギー E_H と一周期に減衰する量 E' を用いて波高を a とすると次のように表わすことができる。

$$\frac{\mathrm{d}E_H}{\mathrm{d}t}=-\frac{E'}{T},\ E_H=\frac{1}{4}\rho gLa^2,\quad E'=\frac{16}{9\pi^2}\rho\alpha_6TL\left(\frac{2La}{Th}\right)^3 \tag{1.4.19}$$

この結果水位差 $\Delta\zeta$，最大流速 u_{se} の時間変化は次のようになる。

$$\frac{1}{a(t)}-\frac{1}{a(0)}=\alpha_{12}t,\quad \alpha_{12}=\frac{64\alpha_6L}{9\pi^2Th^2} \tag{1.4.20}$$

$$\frac{1}{u_{se}(t)}-\frac{1}{u_{se}(0)}=\alpha_{13}t,\quad \alpha_{13}=\frac{32\alpha_6}{9\pi^2 h} \tag{1.4.21}$$

1.5 力学的エネルギー収支

1.5.1 はじめに

1.2 ～1.4 に述べてきた流れの特性は運動量のつりあいより導かれ，一般に定常状態を対象としたものであり，非定常変化の速さの予測及び外力諸条件の変動などを考慮しての流れ，混合の評価を行なうことは不可能であることが多い。これらの問題に対しては力学エネルギーのつりあいを用いた解析のほうが現象を把握しやすいケースが多い。ここでは湖全体としての力学エネルギーの収支関係を熱成層が存在しない場合，する場合に分けて考察するとともに，得られるつりあいの式から予測される湖内の流れ，混合特性についてまとめてみることにする。

1.5.2 熱成層が存在しない場合の力学エネルギー収支

(1) 乱流理論

力学エネルギー収支を考える前に，エネルギースペクトル，エネルギー逸散率など，乱流に関する基本式を整理しておく。ここで示される式などを用いて2.，3. において現地観測結果，実験結果が整理される。まずエネルギースペクトルは流速変動成分 $u'(t)$ の周波数 f_r に関するフーリエ成分 $X(f_r)$ により $|X(f_r)|^2$ で定義される。波数空間で考えると次のような関係を有している。

$$\int_0^\infty E_{1-2}(k_1)\mathrm{d}k_1=\frac{1}{2}\overline{u_1'^2} \tag{1.5.1}$$

$$\int_0^\infty E_{3-2}(k)\mathrm{d}k=\frac{1}{2}\overline{u_i'u_i'}=\frac{1}{2}(\overline{u_1'^2}+\overline{u_2'^2}+\overline{u_3'^2}) \tag{1.5.2}$$

ここで $E_{1-2}(k_1)$ は一次元 two－sided スペクトル，$E_{3-2}(k)$ は三次元 two－sided スペクトル，k_1 は一次元波数，k は波数ベクトルの大きさ，u_1'，u_2'，u_3' は x_1，x_2，x_3 方向での乱れの大きさである。$E_{1-2}(k_1)$ と $E_{3-2}(k)$ の間には理論的に次の関係が存在する。

$$E_{3-2}(k)=k^3\frac{\partial}{\partial k}\left(\frac{1}{k}\frac{\partial E_{1-2}(k)}{\partial k}\right),\quad E_{1-2}(k_1)=\frac{1}{2}\int_{k_1}^\infty\frac{E_{3-2}(k)}{k}\left(1-\frac{k_1^2}{k}\right)\mathrm{d}k \tag{1.5.3}$$

これより $E_{1-2}(k_1)$ と $E_{3-2}(k)$ は k に関して同じベキ乗則に従うことがわかる。流れが等方性乱流の状態にある場合には，エネルギースペクトルは Kolmogoroff の相似仮定などにより，次のような領域で，それぞれの固有のベキ乗則を有することが知られている[41]。

$$\text{生成領域：}E_{1-1}(k_1)=\left(\frac{2}{\pi}\right)\overline{u'^2}L_s \tag{1.5.4}$$

$$\text{慣性領域：}E_{1-1}(k_1)=\mathrm{S}_\varepsilon\varepsilon^{2/3}k_1^{-5/3} \tag{1.5.5}$$

$$粘性領域：E_{1-1}(k_1)=S_\nu\left(\frac{\varepsilon}{\nu}\right)k_1^{-3} \tag{1.5.6}$$

ここで $E_{1-1}(k_1)$ は一次元 one－sided スペクトル ($E_{1-1}(k_1)=2E_{1-2}(k_1)$)，$\varepsilon$ はエネルギー逸散率，ν は（水の）動粘性係数，S_ε，S_ν は定数，L_s は空間に関する平均渦径であり次式で定義される。($L_{s1}=2L_{s2}=2L_{s3}$ であり，L_s は L_{s1} にあたる。)

$$L_{si}=\int_0^\infty \frac{\overline{u'(0)u'(x_i)}}{\overline{u'^2}}\mathrm{d}x_i \tag{1.5.7}$$

また ε は次の式で定義される。

$$\varepsilon=\rho\nu\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u'_j}{\partial x_i}\right)} \tag{1.5.8}$$

生成領域と慣性領域及び慣性領域と粘性領域の間の遷移波数 k_L, k_l は $l_2=(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ をKolmogoroffスケールとして，

$$k_L=\left(\frac{\pi S_\varepsilon}{2}\right)^{3/5}\left(\frac{L_s\varepsilon}{(\overline{u'^2})^{3/2}}\right)L_s^{-1} \tag{1.5.9}$$

$$k_l=\left(\frac{S_\nu}{S_\varepsilon}\right)^{3/4}l_2^{-1} \tag{1.5.10}$$

で与えられる。S_ε の値は各種の流れでの実測結果より0.47程度と考えられている。

次に ε の算定するのには式 (1.5.8) では不可能であるので，i) 式 (1.5.5) が成立する領域で $E_{1-1}(k)$ のレベルより決定する方法。ii) スペクトル方程式より

$$\varepsilon=2\nu\int k^2E_{3-2}(k)\mathrm{d}k \tag{1.5.11}$$

としてもとめる方法。iii) Karman の第２相似仮説より導かれる次式よりもとめる方法。

$$\varepsilon=C_\varepsilon(Re)\frac{(3\overline{u'^2}/2)^{3/2}}{L_s} \tag{1.5.12}$$

ここで Rotta によれば[42]，$Re=(3\overline{u'^2}/2)^{1/2}L_s/\nu$ が大きい場合には $C_\varepsilon(Re)$ は0.2に近づくことが報告されている。しかしこの値については各報告者によりばらつきが大きい[43), 44)]。

（２） 力学エネルギー収支

式 (1.2.1)，(1.2.2)，(1.2.3) にそれぞれ u，v，w を乗じて，ある領域において積分すればエネルギー方程式が得られるわけであるが，ここではそのうち湖における力学的エネルギー収支に重要な役割りをもっていると考えられるものを抜き出して，そのつりあいの方程式をたててみ

よう。まずエネルギーの供給では風 E_{wind}, 流入河川 E_{river} によるものが考えられる。次に逸散に関しては，平均流の流速分布の勾配により粘性のため失なわれる直接逸散 E_{dir}, 乱流成分による E_{tur}, 及び伝播してきた波が砕波帯などで失うエネルギー E_{we} に分けて考えられる。供給と逸散はすべて単位時間，単位面積当りの量とする。次に流れ，波が定常になったときに有しているエネルギーには，まず水面勾配が生じるための位置エネルギー E'_{set}, 流れ，乱れのもつ運動エネルギー E'_{u}, $E'_{u'}$, さらに波のもつ位置及び運動エネルギー E'_{we} が考えられる。これら定常状態のエネルギー量は単位面積当りで示すとして ′ をつける。以上をまとめると次のような力学的エネルギーのつりあいの方程式が得られる。

$$\frac{d(E'_{set}+E'_{u}+E'_{u'}+E'_{we})}{dt}=(E_{wind}+E_{river})-(E_{dir}+E_{tur}+E_{we}) \tag{1.5.13}$$

（3） エネルギーの供給

風からのエネルギー供給量は1.1 にも書いたように

$$E_{wind}=\tau_{wind}u_{sur}=\rho_a C_f \alpha_1 W^3 \tag{1.5.14}$$

で与えられる。次に流入河川によるエネルギーの供給は，厳密には流入と流出の全エネルギー水頭差として底面摩擦により失なわれるエネルギーにあたるが，ここでは流入水塊のもつ運動エネルギーを評価する意味で次式を考えてみた。

$$E_{river}=\sum_i \frac{1}{2}\rho Q_{Ri} v_{Ri}^2 / A$$

ここで Q_{Ri}, v_{Ri} は i 番目の河川流入流量及びその流入平均流速。A は湖全表面積。

（4） 逸散エネルギー

E_{dir} は単位時間，単位体積のものを E^*_{dir} として次式で定義される。

$$E^*_{dir}=\rho\nu\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j}\left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i}\right) \tag{1.5.15}$$

E^*_{dir} は一般に分子粘性が卓越する粘性底層内で大きい。粘性底層内での流れは境界壁よりの距離を y とすれば，

$$u(y)=\frac{u'^2_* y}{\nu} \tag{1.5.16}$$

で表わされる。粘性底層の厚さ δ は $u'_*=\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$ （τ はその壁面のせん断力）として

$$\delta=\frac{Re_*\nu}{u'_*} \tag{1.5.17}$$

によりもとまるとすると、吹送流の鉛直循環流の場合には水面，底面に粘性底層が存在するので，

$$E_{\mathrm{dir}}=\rho\int_{-h}^{0}\nu\left(\frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z}\right)^{2}\mathrm{d}z=\rho\int_{-\delta_w}^{0}\nu\left(\frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z}\right)^{2}\mathrm{d}z+\rho\int_{-h}^{-h+\delta_b}\left(\frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}z}\right)^{2}\mathrm{d}z$$

$$=\rho u_*^3 Re_*+\rho u_{*b}^3 Re_* \tag{1.5.18}$$

u_*，u_{*b} はそれぞれ水面，底面での摩擦速度，δ_w，δ_b はそれぞれの粘性底層厚である。Re_* は安定性理論により11.6という値が報告されている[42]。

次に乱流逸散 E_{tur} は ε に式（1.5.12）を用いれば，

$$E_{\mathrm{tur}}=h\varepsilon=h\mathrm{C}_\varepsilon(Re)\frac{(3\overline{u'^2}/2)^{3/2}}{L_s} \tag{1.5.19}$$

となる。一般に L_s は h に比例すると考えられるので，$E_{\mathrm{tur}}\propto(\overline{u'^2})^{3/2}$ となる。

最後に波エネルギーの逸散率 E_{we} を推定してみよう。そのためには風波の予測式が必要となるが，ここでは1.1.6 に記した SMB 法を用いてみよう。この方式は霞ヶ浦など吹送距離が 10km 以下と短かく，また日常的な風が 5m/s 以下という条件では，非常に問題が多いが，他に適当な予測法もないので，以下のように推定を行なう。まず対象水域は 5m 程度と極めて浅いが，風速が小さいため浅水風波で取り扱う必要はない[18]。エネルギー逸散量は，吹送方向に発達した波が，砕波帯などに伝播してきてそこで波のもっている運動，位置エネルギーをすべて失うと考えると，式（1.1.28）を用いて，

$$E_{\mathrm{we}}(L)=\frac{1}{L}c_g(L)E_{\mathrm{wave}}(L)=\frac{\rho g}{16L}c_g(L)H_{1/3}^2(L) \tag{1.5.20}$$

となる。$gL/W^2<10^3$ の範囲では式（1.1.22）を用いることができるので，

$$E_{\mathrm{we}}(L)=9.9\times10^{-9}\rho\left(\frac{gL}{W^2}\right)^{1/3}W^3 \tag{1.5.21}$$

式（1.1.21），（1.5.20），（1.5.21）を用いていくつかの L，W について $H_{1/3}$，$T_{1/3}$，c_g，E_{we}，E'_{we} を計算した結果を表1－2に示す。このときの E_{wind} の値は式（1.5.14）よりもとまるが，C_f，α_1 の値が問題となる。$W=5\sim10\mathrm{m/s}$ であるので $C_f=0.001$，$\alpha_1=0.03$ を用いてみると，$W=5\mathrm{m/s}$ で $E_{\mathrm{wind}}=4.5\mathrm{g/s^3}$，$W=10\mathrm{m/s}$ で $E_{\mathrm{wind}}=36.3\mathrm{g/s^3}$ となり表中の E_{we} に比べ少なくなってしまう。もともと1.1.6 では（2）にも記したように $C_T=0.0026$，$S=0.013$ などという値を用いていることに原因があるが，$c_g(L)$，$E_{\mathrm{wave}}(L)$，α_1，C_f のそれぞれの数値に問題があることを意味している。以上を考慮に入れても，実際の湖沼では供給されるエネルギーのうちの相当大きな割合が，波に消費されている可能性が強い。今後諸係数の決定，風波の予測式の改善などを

含めて，観測をとおしての検討を急ぐべき課題と考えられる。

表　1−2　波によるエネルギー逸散と定常状態の波のエネルギー E'_{we}
Table 1−2　Estimation of energy dissipation rate by wind wave E_{we} and energy content of wind wave E'_{we} in steady state

風 速 W(m/s)	吹送距離 F(km)	$H_{1/3}$ (m)	$T_{1/3}$ (s)	C_g (m/s)	E_{we} (g/s³)	E'_{we} (g/s²)
5	1	0.108	1.09	0.85	6.06	4.5×10^3
5	5	0.213	1.67	1.30	7.22	2.3×10^4
5	10	0.276	1.97	1.53	7.13	4.5×10^4
5	20	0.348	2.29	1.79	6.63	9.0×10^4
10	10	0.643	2.79	2.18	55.1	1.8×10^5

（5）　定常状態のエネルギー

風の応力により水面勾配が生じるが，この水面勾配のもつ位置エネルギー E'_{set} は波の位置エネルギーと同じく，水面変位を ζ とすれば次のような形でもとまる。

$$E'_{set}=\frac{\rho g}{2A}\int_A \zeta^2 \mathrm{d}A \tag{1.5.22}$$

長さ L，一定水深 $\bar{h}$ の水域を考えれば，その上に風の摩擦応力 τ_{wind} が働らいているとすると，

$$E'_{set}=\frac{(1+n)^2\tau_{wind}^2 L^2}{24\rho g\bar{h}^2} \tag{1.5.23}$$

で与えられることになる。

次に風の吹送時間が十分で，定常になったときの流れ，乱れのもつエネルギーの大きさ E'_u，$E'_{u'}$ をもとめてみよう。平均流，乱れの鉛直分布は風速，水深がある程度大きくなると，粘性底層が全体の流れに及ぼす影響が小さくなり，z/h で近似的に無次元化できる。つまり $u_*=\sqrt{\tau_{wind}/\rho}$ として

$$\frac{u(z)}{u_*}=\mathrm{f}(z/h) \tag{1.5.24}$$

$$\sqrt{\overline{u'^2(z)}}\propto l\left|\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z}\right|=\sqrt{\frac{\tau(z)}{\rho}}=u_*\mathrm{g}(z/h) \tag{1.5.25}$$

と表わされる。f，g は無次元関数である。これを用いれば E'_u，$E'_{u'}$ は

$$E'_{u}=\int_{-h}^{0}\frac{1}{2}\rho u^2(z)\mathrm{d}z=\frac{1}{2}\rho u_*^2 h\int_{-1}^{0}\mathrm{f}^2(\varphi)\mathrm{d}\varphi \tag{1.5.26}$$

$$E'_{u'}=\int_{-h}^{0}\frac{1}{2}\rho u'^2(z)\mathrm{d}z=\frac{1}{2}\rho u_*^2 h\int_{-1}^{0}\mathrm{g}^2(\varphi)\mathrm{d}\varphi \tag{1.5.27}$$

で表現できる。

次に定常状態の波のもつ位置，運動エネルギーの和は，式（1.1.28）を用いて $gF/W^2<10^3$ を対象にすれば，

$$E'_{we}(L)=\frac{1}{L}\int_{0}^{L}\frac{\rho g H_{1/3}^2(x)}{16}\mathrm{d}x=1.8\times10^{-7}\rho W^2 L \tag{1.5.28}$$

定常状態に達するまでの最小吹送時間は $L=10\mathrm{km}$，$W=5\mathrm{m/s}$ で $t_{min}\fallingdotseq 2.2$ hour となり，吹送時間との関係で非定常時の占める割合が大きいことも考えられる。

（6） まとめ

以上の力学的エネルギーの予測式をまとめたものを表1－3に示す。この表より湖の力学的エ

表　1－3　湖沼におけるエネルギーの存在量，供給率，逸散率の予測式

Table 1－3　Expressions for estimation of kinetic energy content, kinetic energy supply rate, and kinetic energy dissipation rate

エネルギーの存在量 [g/s²]
$E'_u=\frac{1}{2}\rho u_*^2 h\int_{-1}^{0}\mathrm{f}^2(\varphi)\mathrm{d}\varphi\propto W^2 h$ $E'_{u'}=\frac{1}{2}\rho u_*^2 h\int_{-1}^{0}\mathrm{g}^2(\varphi)\mathrm{d}\varphi\propto W^2 h$ $E'_{we}=1.8\times10^{-7}\rho W^2 L\propto W^2 L$ $E'_{set}=(1+n)^2\tau_{wind}^2 L^2/24\rho g h^2\propto W^4 L^2/h^2$
エネルギーの供給量 [g/s³]
$E_{wind}=\tau_{wind}u_{sur}\propto W^3$ $E_{river}=\sum_i \rho Q_{Ri}v_{Ri}^2/2A\propto v_{Ri}^2 h/T_{de}$
エネルギーの逸散量 [g/s³]
$E_{dir}=\rho u_*^3 Re_*+\rho u_{*b}^3 Re_*\propto W^3$ $E_{tur}=hC_\varepsilon(3\overline{u'^2}/2)^{3/2}/L_s\propto W^3$ $E_{we}=9.9\times10^{-9}\rho(gL/W^2)^{1/3}W^3\propto L^{1/3}W^{7/3}$

ネルギー収支に関して，次のようなことがいえるだろう。まず吹送流について収支を考えてみると，E_{wind}, E_{dir}, $E_{tur} \propto W^3$ に対して，E'_u, $E'_{u'} \propto W^2/h$ であり，定常状態に達する時間及び風停止後に流れが再びゼロに近づく時間は h/W に比例すると考えられる。次に波のエネルギー及び逸散率 E'_{we}, E_{we} は SMB 予測法を用いる限り，湖スケールの増加に伴い増大するという結果が得られた。1.1.6 にも書いたようにこの傾向は，SMB 予測方式の基本理論とは異なるものであり，詳細な検討が望まれる問題である。最後に E_{river} 及び E'_{set} はそれぞれ h/T_{de}(T_{de} は滞留時間)，W^4L^2/h^2 と湖固有の物理的スケールにより，吹送流との力学的エネルギーの面での比較を行うことが可能である。

1.5.3 熱成層の力学的エネルギー収支への影響

熱供給又はそれに起因した水温差など熱的原因で流れが生じたり，抑えられたりするケースは現地においては非常に多い。たとえば海域，深い湖などで観測される地衡流などは湖内部での熱蓄積の場所的不均一性により生じる流れである[45]。また安定成層化により，流れ，乱れが極端に抑えられるといった報告も多い。さらに深い湖で秋期に観測される躍層の破壊とそれに伴なう自然対流的な大循環といった現象もある。ここでは熱エネルギーの供給により，逆に水温成層で表わされるように位置エネルギーの減少が生じ，最終的には湖に供給される力学的エネルギーの一部を消費してしまう機構について考えてみることにしよう。

まず鉛直密度分布 $\rho(z)$ を有する水塊の位置エネルギーを次のように定義する。

$$E'_p(t)=\int_{-h}^{0} g\rho(z,t)z\mathrm{d}z \qquad (1.5.29)$$

加えられる力学的エネルギーと $E'_p(t)$ の時間変化については各種の報告がある。 Kato and Phillips[46] は循環水路上に平板によりせん断力を加えて躍層上への連行速度 u_e が u_*Ri^{-1} ($Ri=g\delta\rho D/\rho_0 u_*^2$；躍層オーバーオールのリチャードソン数，$D$；躍層の厚さ）に比例することを示した。Wu[47] は直水槽上に風によりせん断力を加えて，同様な関係を得たがその比例係数は Kato and Phillips に比べ 1 オーダー低い。また Turner[48] は振動格子水槽での実験から u_e/u_* が熱成層に対しては Ri^{-1} に比例するが，塩分成層については $Ri^{-3/2}$ に比例することを報告している。最近のデータとしては Bevent[49] らが直水槽上に風及び平板でせん断力を与えて，その結果風に対しては Wu と同程度の係数を得たが，平板では Kato−Phillips に比べ 2 オーダー低い(つまり風での値に比べ 1 オーダー低い）係数を得ている。Wu の風によりせん断力を加える方式では，

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E'_p(t)=E_p=\gamma E_{wind},\quad \gamma=5.10\times10^{-3} \qquad (1.5.30)$$

となる。すなわち水塊に加えられた力学的エネルギーのうちで γ の割合が成層破壊のために消費されてしまうことを意味する。

以上は Ri 数がある程度大きい場合であったが，Ellison－Turner[50] が示すように $Ri\to 0$ となると $u_e/u_*\to$ const. となることは明らかなので式（1.5.30）中の γ はゼロに近づくことが予測される。つまり混合水深 $D(t)$ の時間変化が，次のように表わせる。

$$\left.\begin{array}{lll} Ri：大きいとき & D(t)\propto u_* t^{1/3} & （線形水温成層） \\ & D(t)\propto u_* t^{1/2} & （階段状水温成層） \\ Ri\to 0 & D(t)\propto\sqrt{K_z t}\ すなわち\ D(t)\propto u_* t & \end{array}\right\} \quad (1.5.31)$$

ここで $Ri\to 0$ のとき $K_z\propto u_* D(t)$ を用いた。

次に例題的なものとして次のような状態を考えてみよう。水温方向に線形に水温成層していて，その上下両端の水温差が ΔT であるときに，風速W，吹送時間 T_W で完全均一化される水深 h の範囲は近似的に式（1.5.30）を用いると次式で与えられる。

$$h\leqq\sqrt{\frac{6\alpha_1\gamma\rho_a C_f W^3 T_W}{g T\alpha_p}} \qquad (1.5.32)$$

ここで α_p は水温変化による密度変化係数。

1.5.4　霞ヶ浦での力学的エネルギー収支

霞ヶ浦のスケールを $L=20$km，$h=4$m，$A=171$km^2，$v_{Ri}=50$cm/s，$\sum_i Q_{Ri}=100$m^3/s として，$W=5$m/s，$T_W=6$ hours（1日のうちで）の場合の各エネルギー存在量，供給・逸散量を見積もってみよう。E_{wind}（1日での平均）：$E_{river}=4.54\times\frac{6}{24}:0.073=15.5$（$C_f=0.001$，$\alpha_1=0.03$）となり流入河川によるエネルギー供給は平常時では風によるものに比べ1オーダー小さいことがわかる。また風により生じる水面勾配の完成されるまでの時間 t_{set} は E'_{set}，E_{wind} を用いて $t_{set}\fallingdotseq E'_{set}/E_{wind}$ と見積もることができるが，霞ヶ浦の場合 25.9s となり，極めて短かい時間において完成することが可能であることがわかる。波の定常状態でのエネルギー消費率，及び定常状態に達するまでのエネルギー収支上必要な時間については，1.5.2.にも述べたように E_{wind} のうちの相当部分を逸散，必要としている可能性があり，今後検討を急ぐべき課題である。最後に成層破壊について考えてみよう。式（1.5.32）で $\Delta T=3$°C，γ に 0.1（2.で現地観測により得られた係数のオーダーであり，Wu の値に比べ1オーダー大きい。）として完全均一化される h の大きさを推定してみると 3.2m となり，霞ヶ浦程度の浅い湖沼では，若干の風により日常的に躍層の完全破壊が生じることが予想される。

1.6　まとめ

湖沼，特に水深が大きくない場合には，流動の基本的外力としては風により水面に与えられるせん断力が卓越する。この章ではこの点をふまえて，風により水域に生じる流動の形態を中心に理論的な考察を行なった。まず風から水塊への運動量，エネルギーの輸送の大きさを評価するために風摩擦係数，風波の予測式などに関して，現在まで報告されている基本的な理論，考え方を

整理して示した。次に風により生じる吹送流の形態を鉛直断面と水平二次元的に分けて考え，それぞれを鉛直循環流，水平循環流としてとらえ，その基本的な特性を明らかにした。また風の急激な変化により生じるセイシュに関して，その周期，振幅の大きさ，生じる流速の大きさ，減衰の速さなどの基本特性を理論的に導いた。最後に，湖内での力学的エネルギーの供給，逸散，存在量に関してその見積りの方法を示し，量的な比較，定常状態に達するのに必要な時間などの推定を行なった。

ここで得られた新たな知見としは次のようなことがあげられる。

（1） 風摩擦応力項と底面摩擦項が卓越する場合の吹送流鉛直循環流に関して，混合長を仮定して流速分布を予測する方法を示した。これを用いれば水深平均をした鉛直渦動粘性係数の大きさは式（1.2.23）の形で表現できる。

（2） 水深が増すと，底面摩擦項に比べコリオリ項が重要となり，エクマンらせんが発達する。底面摩擦項とコリオリ項の効き方の境界は式（1.2.36）で表わされ，数 m/s の風に対しては水深約 10m 以下でコリオリ力の影響を無視し得ることがわかる。

（3） 風の吹送方向に直角方向に水深変化が存在する場合には，風の摩擦応力と底面摩擦により水深の浅い領域で順流，深い領域で逆流となるような水平循環流が生じることを示した。またその流れの大きさを風応力と鉛直渦動粘性係数（又は底面摩擦係数）で表現するとともに，鉛直循環流の表面流速とほぼ同程度の大きさであることを示した。

（4） 風起因のセイシュの振幅，生じる流速の大きさを風応力，湖地形パラメタにより表現した。また減衰の仕方を層流，乱流時に分けて整理を行なった。

（5） 湖内での力学的エネルギーの供給，逸散，現存量が表３－２に示すように，風，湖地形条件などを用いて予測し得ることを示した。これを用いると，一般の浅い湖では，供給では風のエネルギーが卓越すること，波による逸散が大きいこと，セイシュのもつ位置エネルギーが極めて小さいことを示した。さらに風により生じる流れが定常に達するのに必要な時間は水深に比例し，風速に反比例することを示した。

参 考 文 献

1）鳥羽良明（1970）：海洋物理Ｉ．第II編　海面境界過程．東海大学出版会，145－264.

2）Wu J. (1980) : Wind-stress coefficients over sea surface near neutral conditions. J. Phys. Oceanogr., **10**. 727－740.

3）Schlichting H. (1968) : Boundary-layer theory. McGraw-Hill, 566－572.

4）モーニン・ヤグロム（山田豊一訳）(1975)：統計流体力学．文一総合出版，242－251.

5）Toba Y. and H.Kunishi (1970) : Breaking of wind waves and the sea surface wind stress. J.Phys. Oceanogr. Soc. Jpn., **26**, 71－80.

6）近藤純正他（1974）：破波・白波・波浪高周波成分の観測と海面粗度．国立防災科学技術センター研究報告，**10**，1－23.

7) 近藤純正 (1974)：海面と大気間の運動量・顕熱・水蒸気に対する輸送係数. 国立防災科学技術センター研究報告, **10**, 41－64.
8) Wu, J. (1973) : Prediction of near-surface drift currents from wind velocity. Proc. ASCE Hydraul. Div., **99**, 1291－1302.
9) Deacon, E. L. and E.K. Webb (1962) : Interchange of properties between sea and air. Interscience, New York, 43－87.
10) Garratt, J.R. (1977) : Review of drag coefficients over oceans and continents. Mon. Wea. Rev., **105**, 915－929.
11) Stewart, R.W. (1964) : The wave drag of wind over w ater. J. Fluid Mech., **10**, 189－194.
12) Wu, J. (1975) : Wind-induced drift current. J. Fluid Mech., **68**, 49－70.
13) Lighthill, M.J. (1971) : Time-varying currents. Phil. Trans, A270, 371－390.
14) 岩田憲幸・田中孝紀 (1970)：発達過程にある風浪. 国立防災科学技術センター研究報告, **4**, 1－21.
15) 鳥羽良明 (1974)：海洋物理学 I, 1章 海水運動. 東京大学出版会, 5－34.
16) 井島武士 (1964)：波浪予知論. 土木学会水理委員会水工学シリーズ64－06, 1－72.
17) 石原藤次郎編 (1958)：応用水理学中II. 丸善, 506－517.
18) 土木学会編 (1971)：水理公式集. 土木学会, 475－492.
19) 堀川清司 (1973)：海岸工学. 東京大学出版会.
20) Keulegan, G.H.(1951) : Wind tides in small closed basin. J. Res. Natl. Bureau Standards, **46**, 358－381.
21) Baines, W.D. (1965) : Wind driven water current. Proc. ASCE Hydraul., Div. **91**, 205－221.
22) Wu, J. (1968) : Laboratory studies of wind-wave interactions. J. Fluid Mech., **34**, 91－111.
23) Bhowmik, N.G. and J.B. Stall (1978) : Circulation patterns in the Fox Chain of Lakes in Illinois. Water Resour. Res., **14**, 633－642.
24) ロッタ(大路通雄訳) (1975)：乱流. 岩波書店, 184－185.
25) Jobson, H.E. and W.S. William (1970) : Vertical transfer in open channel flow. Proc. ASCE Div. Hydraul., **96**, 703－724.
26) Ueda, H. et. al. (1977) : Eddy diffusivity near the surface of open channel flow. Int. J. Heat Mass Transfer, **11**, 1127－1136.
27) Driest, E.R. (1956) : On turbulent flow near a wall. J. Aeronaut. Sci., **23**, 1007－1011.
28) Ellison, T.H. (1960) : A note on the velocity profile and longitudinal mixing in a broad open channel. J. Fluid Mech., **8**, 33－40.
29) 日高孝次 (1955)：海流. 岩波書店, 1－291.
30) 上野武夫 (1965)：非線形計算による関門海峡周辺の潮せき, 潮流および高潮の研究. 気象庁技術報告, 第40号, 1－93.
31) 首藤伸夫 (1970)：湾内拡散. 土木学会水理委員会 水工学シリーズ, 70－03, 1－26.
32) 宮田元靖 (1974)：海洋物理学 I 長周期波. 東京大学出版会, 93－130.
33) Oonishi, Y. and N.Imasato (1975) : Study on the currents in Lake Biwa. J. Oceanogr. Soc. Jpn., **31**, 53－60.
34) Liggett, A.M. and C.Hadjitheeodorou (1969) : Circulation in shallow homogeneous lakes. Proc. ASCE Hydraul., Div. **95**, 609－620.

35) Wilson, B.W. (1972) : Seiche. Advan. Hydro-sci., **8**, 1－94.
36) 村本嘉雄・道上正規 (1978)：琵琶湖南・北湖の交流特性. 京都大学防災研究所年報, 21 B －2, 263 －276.
37) 金成誠一・早瀬進治 (1979)：静振の減衰振動と減衰係数・線型摩擦係数の評価について. Jpn. J. Limnol., 40－(2), 102－109.
38) Keulegan, G.H. (1959) : Energy dissipation of standing waves in rectangular basins. J. Fluid Mech., **6**, 33－50.
39) Shiau, J.C. and R.R. Rumer (1973) : Adjustment of friction in hydraulic models of lakes. Proc. ASCE Div. Hydraul., **99**, 2251－2262.
40) 大久保明 (1970)：海洋物理 I　第III編　海洋乱流・拡散. 東海大学出版会, 265－382.
41) 今本博健 (1972)：水工水理学　4. 乱れと拡散. 丸善, 141－172.
42) ロッタ(大路通雄訳) (1975)：乱流. 岩波書店, 106－109.
43) 今本博健・道上正規 (1978)：琵琶湖南湖における拡散特性. 第25回海岸工学講演会論文集, **25**, 566－570.
44) 禰津家久 (1977)：開水路流の乱流構造に関する基礎的研究. 京都大学学位論文, 1－57.
45) Oonishi, Y. (1975) : Developement of the current induced by the topographic heat accumulation (1). J. Oceanogr. Soc. Jpn., **31**, 243－254.
46) Kato, H. and O.M.Phillips (1969) : On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid. J. Fluid Mech., **37**, 643－655.
47) Wu, J. (1973) : Wind-induced turbulent entrainment across a stable density interface. J. Fluid Mech., **61**, 275－287.
48) Turner, J.S. (1973) : Buoyancy effects in Fluids., Cambridge Press, 288－300.
49) Berent, E.K.E. and M. Vajda (1980) : Vertical mixing induced by wind and a rotating screen in a stratified fluid in a channel. J. Hydraul. Res., **18**, 35－58.
50) Ellison, T.H. and J.S. Turner (1959) : Turbulent entrainment in stratified flow. J. Fluid Mech., **6**, 423－448.

2．霞ヶ浦の水理調査

2.1　はじめに

1977～1980年に霞ヶ浦を対象に行なった水理調査の整理を行なう。富栄養化現象との直接的な関わりという意味では，沈降・まき上げ現象，大雨時の河川流入量増大による水がわりなども非常に興味深い水理現象といえるが，ここでは1.にも記したように日常時に支配的であると考えられる吹送流及びセイシュの特性，鉛直混合の特性，さらにこうした流れによりもたらされる各水域間の混合の大きさの把握といった問題を明らかにすることを中心課題とした。二，三のケースを除き水理量の測定と同時に，関連のある水質項目の観測を行なったが，その解析はここでは省略する。

2.2　湖流に関する水文特性

2.2.1　基本的な特徴

霞ヶ浦（西浦）は浅くて面積の大きい湖であるだけでなく，図2－1に示すように非常に複雑な形状を有する湖である。最深部は湖心及び湖心域と高浜入を結ぶ狭い領域に存在し，7 m程度

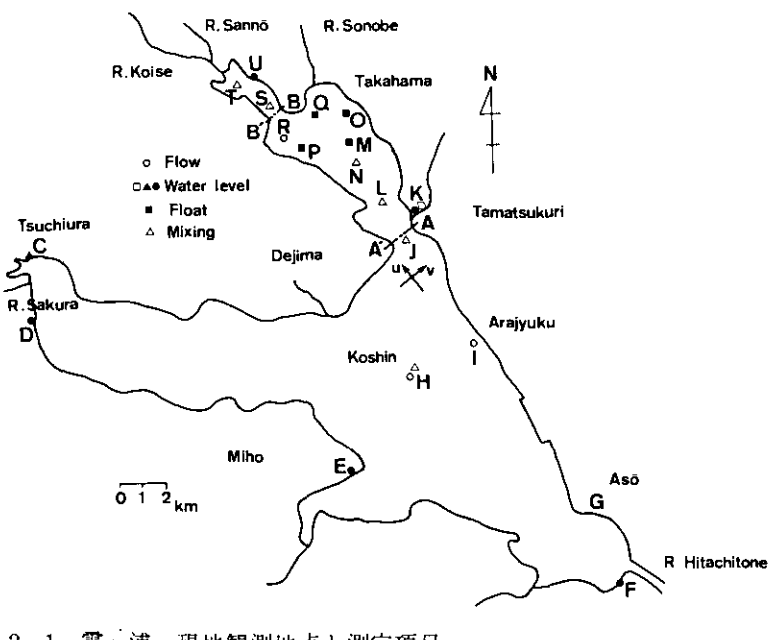


図　2－1　霞ヶ浦－現地観測地点と測定項目
Fig. 2－1　Surveying stations and observed parameters in Lake Kasumigaura

である。後者は狭窄部での流れの速さを推測させる。しかしながら最近では土浦港近くでの浚せつ作業によりこれ以上の水深を有する地点も部分的に存在している。また流入河川は大小26にのぼるが[1]，流出は北利根川（別名常陸利根川[2]）一本であり，流出量はその下流の常陸川水門の水門操作により決定されている[2]。1963年５月の逆水門の完成により海水の遡上はほとんどなくなり，西浦では全域的に塩分濃度10～200ppm，電気伝導度 500μ℧/cm 以下と淡水湖の様相を呈している[2]。滞留時間は霞ヶ浦水系全体（西浦，北浦，外浪逆浦をあわせて）として，湖容積を約8億m^3，流入水量は河川によるもの約12億m^3/年，降水量と蒸発量の差約１億m^3/年，逆水門よりの逆流量約1.8億m^3/年 とすると約７か月という報告がある[2]。流入河川特性，降雨・地下水・蒸発を含めた水収支の詳細については，別の報告書に譲る[3]。ここでは以降の流動の解析に密切に関連する風及び水位変化の特性を2.2.2，2.2.3 でまとめてみることにする。

2.2.2　風の特性

湖の周辺は30m以下の丘陵地帯で総じて平坦地形であるので，湖面上の風向・風速とも局地的な変化は少なく全域的にほぼ一様であろうと考えられる。ここでは風向・風速に関し土浦にある気象庁 AMeDAS 観測地点での1978年１年間のデータ[4]を対象にその特性を調べた。個々のデータは10分間平均値であり，サンプリング間隔は１時間，風向は16方位法，風速は１m/s 単位で記録されている。市街地中の観測値であるため若干風速は少なめにでているが，修正せずに解析を行なった。図２－２に各季節ごとの風配図を示す。10月～３月（Fall, Winter）の期間にはENE,

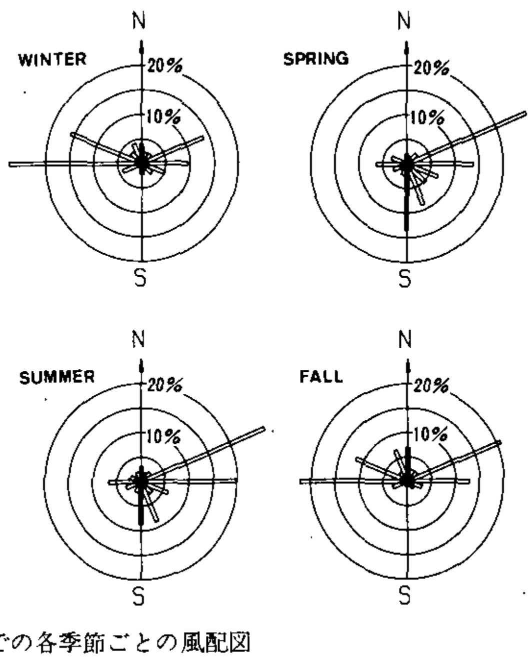


図　2－2　土浦での各季節ごとの風配図
Fig. 2－2　Frequency diagram of wind direction for each season at Tsuchiura

E, W, WNW の風向の風が卓越し，４月～９月 (Spring, Summer) では ENE, E, SSE, S の風が多い。南部らが麻生（図２－１，St. G）での昭和31～33年にわたるデータをもとにして作成した風配図[5] に比較して，冬季におけるNの風の頻度が相当少なくなっている点を除けばほぼ似たものである。図２－３に Spring の３か月間の風速値（この図は NS 方向の風を対象とした。）にスペクトル解析 (Maximum Entropy Method) を行なった結果を示す。１日周期が卓越していることがわかる。現地で晴天の日によく観察される風，すなわち昼ごろまでは風がなく12時すぎから夕方にかけて吹く風に対応している。各季節ごとにデータを整理すれば代表的な日変化パターンが得られる。図２－４に Summer の代表例を示す。(91日中34日間の平均)

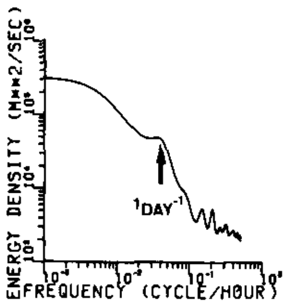


図　2－3　風速変動のスペクトル（土浦，春，NS 風）

Fig. 2－3　An example for energy spectrum of wind velocity fluctuations

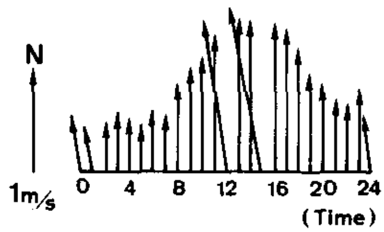


図　2－4　代表的な風日変化パターン（土浦，夏）

Fig. 2－4　An example of typical daily variation of wind direction and speed

2.2.3　水位変化特性

茨城県内水面水産試験場（図２－１中 St. K）で毎日１回の水位データを参考に水位変化の特性を考える。図２－５に約２年間の水位の変化を示す。各月の水位の最高と最低の差は19±9.7cm

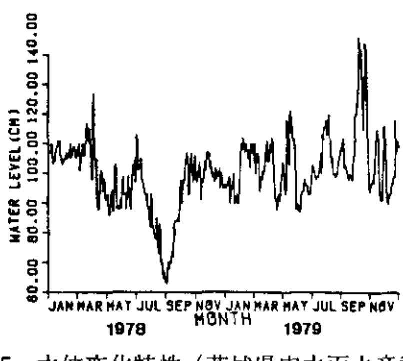


図　2－5　水位変化特性（茨城県内水面水産試験場）

Fig. 2－5　Seasonal change in water level

であった。また年間の最高・最低の水位差は1978年では64cm，1979年では59cmである。従って湖流特性を考察する上では，特異な時期を除けば水位変動は緩慢であるとして扱えると考えられる。

2.3 湖流の鉛直分布と鉛直混合

2.3.1 フロート調査

湖では一般に流れが小さいこと，さらに湖流の鉛直・水平分布特性をとらえやすいことから，フロート，棒などの移動を追跡することにより湖流を観測する試みは多くなされている。報告例をあげれば堀内（木崎湖）[6]，余越・富所（諏訪湖）[7]，Bhowmik and Stall（Fox Chain of Lakes）[8]，奥田・横山（琵琶湖）[9] などがある。著者らは図2－6に示すようなフロートを用いて所定の水深での湖流を，水面上の木製平板を標識として小型飛行機から約10～20分毎に写真撮影することにより測定した。観測は10月12日（1978）及び9月13日（1979）の2日で，撮影期間は午前・午後それぞれ1時間半程度である。測定地点は図2－1の高浜入内4点（St. M，O，P，Q）である。1回目の観測は各地点上下2水深0.5m，2.5mでそれぞれ5個のフロート（計40個）により，2回目は各地点4水深0.5，1，2，3mでそれぞれ2個のフロート（計32個）を用いて行なった。移動距離の測定は前もって，あるいはフロートの移動に伴ない，距離計を用いて観測船上から測定された位置におもり付き固定フロートを投入して距離・方向を定め，撮影されたスライドを投影してその相対的な位置から実際の距離に換算して求めた。水面上の平板への風の応力の影響は既報[10]に示した方法で補正した。風向・風速の測定は高崎沖の湖岸で水面上4mの位置で行なった。図2－7には得られた流速分布を示す。この節では鉛直分布特性について論じ，

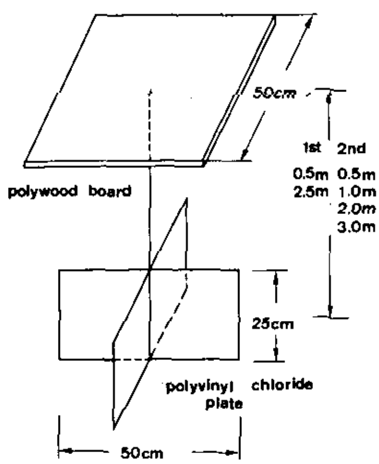


図 2−6 観測用フロート

Fig. 2−6 Sketch of float and cross vane used for observing lake currents

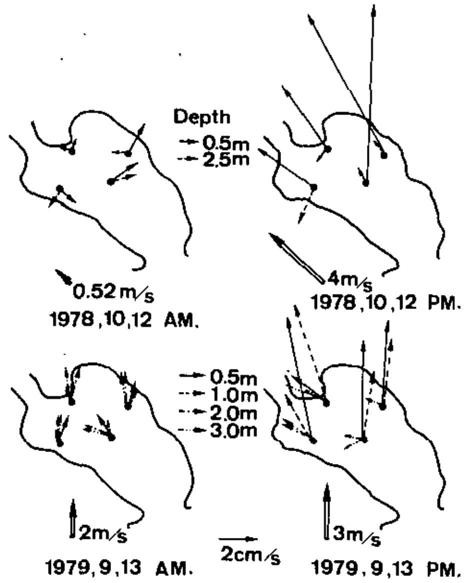


図　2−7　フロート調査により得られた高浜入での流速分布
Fig. 2−7　Flow patterns observed by floats in Takahamairi Bay

水平循環の考察は2.4 で記すことにする。第1，2回目の調査とも午前中は風は弱く，午後になって3～4m/s 程度の風が吹くという霞ヶ浦では一般的なパターンとなった。そのため午前中には湖流は極めて弱く，流向もはっきりしないが午後には上層で吹送方向に早い流れが観測された。その流速の大きさは 0.5m 水深で風速の約2％程度であった。これに対して下層では流速は小さく，流向も各地点ごと様々であるが，1.2.3 に記したエクマンらせんらしきものは観測されなかった。同じく1.2.2 に述べたように水深が浅いため，コリオリ力の影響は現われていないと考えられる。また式 (1.2.13) 又は式 (1.2.21) で表現されるような吹送流の鉛直循環流ともきれいに一致することはなく，地形性の水平循環や河川流入による流れの影響が存在することが予測される。表層の u_{sur} は観測しなかったが，式 (1.2.21) で示されるような吹送流鉛直分布を仮定して 0.5m 水深での流速を用いて外挿すれば風速の5％以上となり，水理実験で得られる u_{sur}/W $(=\alpha_1)$ に比べて若干大きい値を示す。

2.3.2　高浜入出口断面における流入流出量調査

図2−1に示す高浜入と湖心域を結ぶ狭窄部の横断面 (A−A′) で流向･流速の連続観測を2回行なった。測定点は横断線上の4点で，水深1mごとに毎1時間おきの観測を8時間にわたり行なった。調査方法，測定時の気温・降水量・水位・河川流入量などの詳細については村岡・福島[10] に記してあるので省略する。流入流出軸方向 (u)，横断線方向 (v) に成分別けをして，さ

らに個々の流速値にはばらつきが多いため，経時特性，横断方向特性，鉛直特性を明白にするために次式を用いて整理を行なった。

$$\left.\begin{aligned} u &= u_{o}+u_{t}(t)+u_{y}(y)+u_{z}(z)+u_{s}(t,y,z) \\ v &= v_{o}+v_{t}(t)+v_{y}(y)+v_{z}(z)+v_{s}(t,y,z) \end{aligned}\right\} \quad (2.3.1)$$

ここで u_o，v_o は全観測期間，全測点の平均，u_t，v_t は断面平均値の u_o，v_o よりの偏差，u_y，v_y は全期間，水深平均値の u_o，v_o よりの偏差，u_z，v_z は全期間，地点平均値の u_o，v_o よりの偏差，u_s，v_s は残差。ここでは風向とほぼ平行であった v 成分の鉛直流速分布について考察してみることにする。図２－８にその結果を示す。第１，２回の調査とも上層で風向方向の順流，下

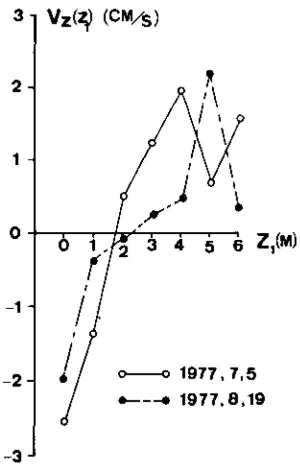


図　2－8　高浜入出口断面での流入流出量調査により得られた鉛直流速分布 $v(z_1)$
Fig. 2－8　Vertical variation of current $v_z(z)$ averaged in time and space at downstream end of Takahamairi Bay

層で逆流の鉛直循環流が生じていることがわかる。逆流成分の流量の方が若干多いようであるが，水理実験結果図３－３などと非常によく一致した流速分布形を有している。流速がゼロとなる水深が２ｍ程度（水深の約１/３）であり，逆流の最大となるのが４～５ｍ（水深の約 3/4 以上）である。式（1.2.21）では逆流の最大流速は $\tau=0$ つまり $z=-h/(1+n)$ に生じるのでこの場合の n を逆算すれば $n<1/3$ となり，流れは乱流状態にあることがわかる。次に表面流速 u_{sur} は２～３cm/s で風速３～６m/s に対して１％以下である。2.3.1 のフロート調査の結果に比べて $a_1(=u_{sur}/W)$ が小さいのは，測定にプロペラ式流向流速計を用いたため正確に $z=0$ での測定が行なえず水面下 10cm 程度の流速をもとめてしまったこと，狭窄部であるため吹送距離が短か

いこと，狭窄部を狭んで両水域間の別の要因による流れが生じている可能性があることなどの原因が重なったためであると考えられる。

2.3.3　湖流の連続観測

流向・流速の連続観測により得られたデータを統計処理することによって，流れの乱流解析を行なうという方法が最近いろいろな湖沼に対して試みられている。Jones[11] らは Huron 湖においてローター式の流速計を用いて湖流の連続観測を行ない，$\sqrt{\overline{u'^2}}/\bar{u}$ が５％程度であること，大部分のエネルギーが 0.1 cycle/min より小さい周波数に存在していることを示した。Palmer[12] は Ontario 湖の沿岸，沖合２地点でホットフィルム流速計により観測を行ない，沿岸域でエネルギースペクトルの勾配が－３乗，平均径径が 2.4m，エネルギー逸散率 0.11cm^2/s^3，沖合部でそれぞれ－1.6乗，4.3m，0.09cm^2/s^3 との結果を得て，その違いを論じている。Lemmin[13] らもプロペラ型流速計を用いて Ontario 湖において，天候変化特に風の変化に伴なうエネルギースペクトルの変化を調べることにより，破波などのエネルギー供給によって－３乗のスペクトルが －5/3乗になることを示した。Dillon and Powell[14] は Tahoe 湖でローター式流速計によりエネルギースペクトルを計算し，水深 10～100m ではどの水深でも －5/3 乗に乗ること，エネルギー逸散率（以後 ε と略す。）は $4\times10^{-4}\sim5\times10^{-3}$ cm^2/s^3 の範囲にあることを報告している。今本・道上[15] はベルゲン型，超音波流速計により琵琶湖南湖の湖流を観測し，拡散現象と結びつけているが，得られた構造関数の t に対するベキ乗形は $\bar{u}/\sqrt{\overline{u'^2}}\gg1$ のとき 2/3，$\bar{u}/\sqrt{\overline{u'^2}}\ll1$ のとき１であるとして，ε の値は $2.88\times10^{-3}\sim1.82\times10^{-1}$ cm^2/s^3 と報告している。こうした研究は海洋でも盛んに行なわれている。

ここでは水平二次元電磁流速計（以後Ｅ型流速計と略す）及び実験室用の超音波流向流速計(Ｓ型流速計）を用いて測定された流速の連続データの統計処理を行ない霞ヶ浦の流れの乱流特性の解析を行なった。

（1）　計器の特性

Ｓ型流速計は２対の向かいあったセンサー間を走る超音波の位相差により流速を測定する。センサー間隔は 5.5cm であり，出力は±５Ｖでアナログ出力される。センサー後部に生じるウェイクの影響で図２－９に示すような方向特性を有している。(最大測定流速の範囲は ±10cm/s，±20cm/s の２通り。) 水温変化による音速の変化に伴ないゼロ点がフルスケールの４％程度の振幅で，約 1℃ の周期で変動する。このため u，v の出力値による方向特性の補正と測定前後のゼロ点測定により水温ドリフトの補正を行なった。この結果，±10cm/s のレンジでは ±0.4cm/s 程度以内の精度を有していると考えられる。Ｓ型流速計の高周波側（1Hz 以上）の特性は3.で示す。次にＥ型流速計は磁場中の流れをファラデーの法則から電流量として計測するもので，最大流速 1m/s，最低流速 1cm/s，精度 ±1cm/s が製造メーカー（鶴見精機）の製品規格である。センサー間隔は 2.5cm であり測定は2.5秒毎に行なわれる。このデータは24個（１分）又は240個（５分）

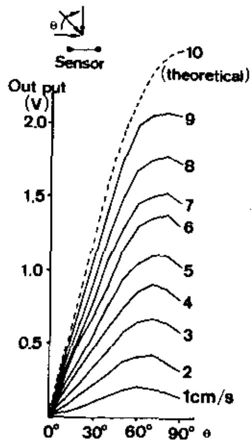
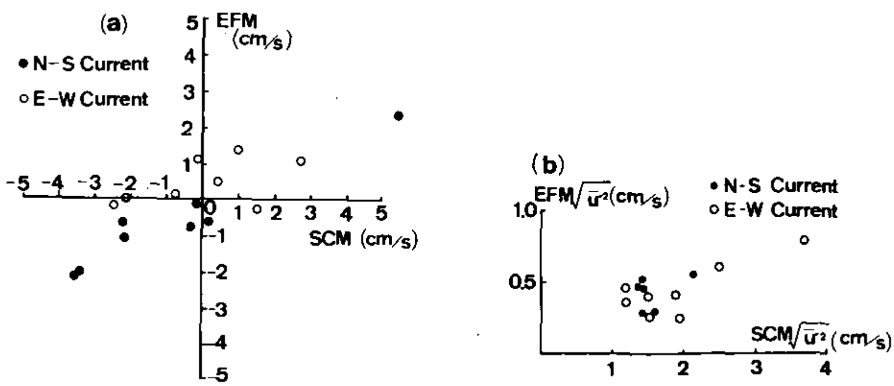


図　2−9　超音波流速計の方向特性

Fig. 2−9　Change of output of supersonic current meter according to angle between sensor direction and flow direction

ごと平均されて内蔵のカセットテープにディジタル記録される。建設省関東地方建設局霞ヶ浦工事事務所所管の湖心水位水質自動監視所のギャラリーに固定するという同一条件のもとで（水深0.5mでの測定。）E型，S型流速計の8回の測定データを，平均値 $\bar{u}$，乱れ強度 $\sqrt{\overline{u'^2}}$ で比較したものが図2−10a，bである。図2−11にE型流速計の全測定期間における風向・風速の変化



(a)−平均速度
(a)−mean velocity

(b)−乱れ強度
(b)−intensity of flow fluctuations

図　2−10　電磁流速計と超音波流速計の比較

Fig. 2−10　Comparison between electro-magnetic flow meter and supersonic current meter

及びS型流速計の各測定シリーズの期間を示す。S型流速計のデータ収録にはアナログデータレコーダーを用いたため，30分又は45分間の連続記録であり，サンプリング間隔は 50Hz とした。

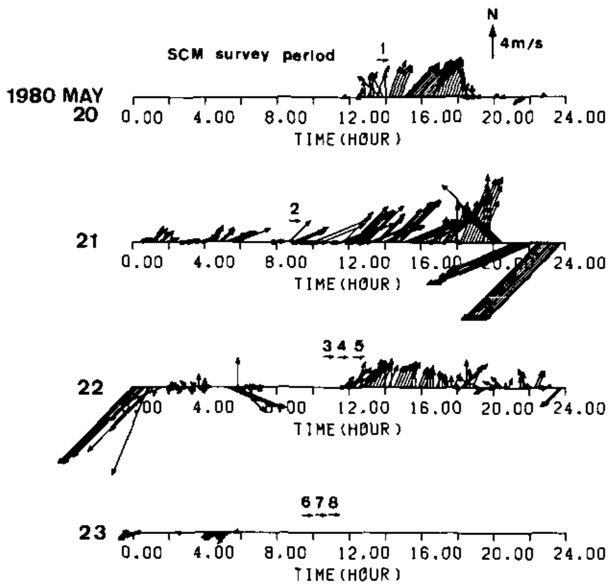


図　2－11　測定期間中の風向・風速変化

Fig. 2－11　Variation of wind directions and speeds during May 20, 1980-May 23

E型流速計では1分とした。$\bar{u}$ の大きさは約1.5倍程度S型流速計の方が大きい。$\sqrt{\overline{u'^2}}$ は3～5倍もS型の方が大きい結果が得られた。この理由は波が存在し，平均流に比べ圧倒的に大きいレベルでの流速変動があるため，E型の記録方式（それぞれの測定値は24個のデータの平均であること）では当然のことながら乱れ強度は小さくなるためである。つまり乱流成分は波成分に比べ1オーダー小さいので除外して考えれば，波が平均値0，分散 σ_w^2 の分散に従う確率変数であるとすると，そのN個の平均の分布は $(0, \sigma_w^2/N)$ の正規分布に近づくことが中心極限定理よりわかる。この場合 $N=24$ であるので乱れ強度は $1/\sqrt{24} \fallingdotseq 1/4.9$ 倍となることがわかり，図2－10bの違いを説明することができる。しかしながら $N=24$ では乱れ強度に波の影響が残り，後で述べる波が存在する場合のエネルギースペクトルが高周波側で －5/3 乗からずれることの原因となっている。以上E型流速計の測定値は補正すべきであるが，図2－10aの比較が正式な検定とはいい難いため，以降のデータは補正を行なっていないが，E型ではS型に比べ出力が若干小さめであることを記憶しておく必要がある。

（2） 超音波流速計による観測結果

表２－１に湖心でＳ型流速計により測定された流れの平均・乱れ強度・エネルギー逸散率を示す。$\bar{u}$, $\bar{v}$ は NS, EW 流に分けて表わし，$\sqrt{\overline{u'^2}}$, ε は座標軸を回転することにより，直交二成分

表　2－1 超音波流速計による湖流の平均流速，乱れ速度，エネルギー逸散率
Table 2－1 Mean velocity, intensity of turbulence fluctuations, and energy *dissipation rate obtained for the current records measured by* supersonic current meter

Data Number	測定時間 (min)	$\bar{u}$(N→S) (cm/s)	$\bar{v}$(E→W) (cm/s)	θ (deg)	$\sqrt{\overline{u_\theta'^2}}$ (cm/s)	$\sqrt{\overline{v_\theta'^2}}$ (cm/s)	ε_{u_θ} (cm^2/s^3)	ε_{v_θ} (cm^2/s^3)
1	45	−5.14	−1.15	0	6.78	3.27	3.8×10^{-2}	9.3×10^{-3}
2	45	2.15	−2.79	170	9.63	4.67	9.1×10^{-2}	2.0×10^{-2}
3	45	3.48	−1.03	20	1.67	1.33	3.8×10^{-3}	3.8×10^{-3}
4	45	3.63	0.20	10	1.60	1.32	6.0×10^{-3}	6.0×10^{-3}
5	45	2.15	−0.17	0	2.64	1.78	5.4×10^{-3}	3.4×10^{-3}
6	30	−0.19	2.45	50	1.91	1.42	8.2×10^{-6}	8.2×10^{-6}
7	30	0.36	2.13	80	2.21	1.69	2.3×10^{-5}	2.3×10^{-5}
8	30	0.14	0.77	80	2.15	0.73	1.3×10^{-2}	1.3×10^{-2}

の分散比が最大となる角度 θ を見つけ出し，その方向とその直角方向に分けて示す。この回転は波進行方向への座標軸の回転を意味する。ε は図２－12に示した流速変動の周波数エネルギースペクトル（FFT法，$\Delta t=0.16$s，ハニング３，この図では波進行方向の成分のもののみ示した。）に示される －5/3 乗の慣性域に対して，式（1.5.5）に凍結乱流仮説を用いて波数を周波数に書きなおした次式をあてはめ算定した。

$$E_{1-1}(f_r)=S_\varepsilon \bar{u}^{2/3} f_r^{-5/3} \varepsilon^{2/3}/(2\pi)^{2/3} \qquad (2.3.2)$$

ここで，$\bar{u}$ には $u_{abs}=\sqrt{\bar{u}_{NS}^2+\bar{u}_{EW}^2}$ を用いた。図２－13に各測定シリーズの $\bar{u}$, $\sqrt{\overline{u'^2}}$ 及びその時の平均風速を示す。風速の増大に伴い $\bar{u}$, $\sqrt{\overline{u'^2}}$ は増加するが，流向は風向とあまりよい一致に示していない。図２－11を見れば測定期間中風向・風速とも短時間に激しく変化していることがわかるが，このため風のせん断力が水深 50cm に伝達されるのに時間が必要なこと（この時間は渦動粘性係数に式（1.2.24）を用いれば，$h=6$m, $u_*=0.3$cm/s として $T\fallingdotseq z^2/\bar{K}_z=z/a_2u_*h=50^2/(0.043\times0.3\times600)\fallingdotseq6$分），及び湖心域では地形性の水平的な大循環が生じているためではないかと考えられる。この風向と流向の不一致の傾向はＥ型流速計のデータにもしばしば観察される。次に図２－12のエネルギースペクトルを考察してみよう。どのシリーズとも 0.2～0.5 Hz に波によるピークと 10^{-3}～10^{-1} Hz にわたる慣性域がはっきり観察される。また慣性域と粘性

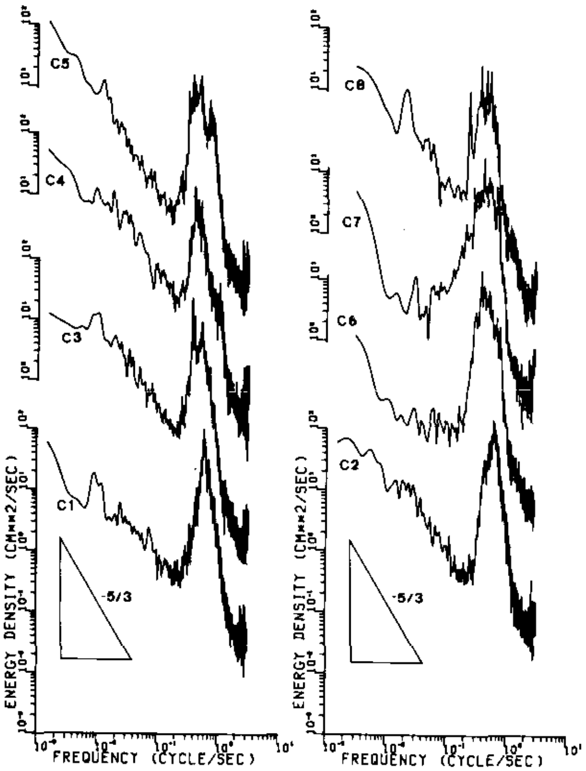


図　2－12　超音波流速計による流速変動のエネルギースペクトル

Fig. 2－12　Kinetic energy spectra of flow fluctuations obtained by supersonic current meter

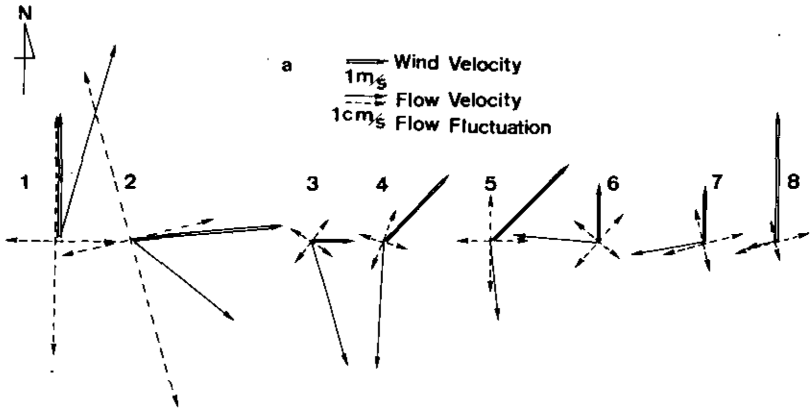


図　2－13　超音波流速計による各測定シリーズの $\bar{u}$, $\sqrt{\overline{u'^2}}$ 及び風向・風速

Fig. 2－13　Mean velocity $\bar{u}$, intensity of flow fluctuations $\sqrt{\overline{u'^2}}$, wind direction, and its speed measured by supersonic current meter

域の境界の周波数は乱流理論では式（1.5.10）より $S_\varepsilon \approx S_\nu$ として次式で与えられるが，

$$f_c=(\varepsilon/\nu^3)^{1/4}\bar{u}/2\pi \qquad (2.3.3)$$

ここで $\nu=0.01\mathrm{cm^2/s}$，$\varepsilon=0.005\mathrm{cm^2/s^3}$，$\bar{u}=3\mathrm{cm/s}$ とおくと $f_c \fallingdotseq 4.0\ \mathrm{Hz}$ となる。このため波ピークより高周波側にも −5/3 乗域が存在することが予想されるが，図２－12においてもわずかながら観察できる。この図を見る限りにおいては，この領域での ε が，波より低周波側の ε と比較して格段に大きいとはいえず，この程度の風では砕波が生じていなかったため，波から流へのエネルギー供給がそれほど大きくないことがわかる。風速と ε の関係は（４）で述べることにする。

（３） 電磁流速計による観測結果

E型流速計を用いて図２－１の St. H, I, R ３地点で３～７日間の湖流の連続観測を行なった（V７，V９は建設省湖心水質水位監視所に固定，これ以外は，おもりと水中のブイとの間に懸留した。）。表2－2には各測定シリーズの測定地点，その地点の水深，測定水深，データ数，測定間隔，及び平均流速，乱れ強度，分散，6, 1時間以下の流速変動による分散 $\overline{u'^2}_{<6h}$，$\overline{u'^2}_{<1h}$，平均渦径 L_{st}，ε を NS，EW 流に分けて示す。V２とV３，V７とV８，V９とV10はそれぞれ同一期

表　2－2　電磁流速計による観測結果

Table 2－2　Observation results using electro-magnetic flow meter

No.	Num of St. h(m)	z_1 (m)	D	$\bar{u}$ (cm/s)	$\sqrt{\overline{u'^2}}$ (cm/s)	$\overline{u'^2}$ (cm²/s²)	$\overline{u'^2}_{<6h}$ (cm²/s²)	$\overline{u'^2}_{<1h}$ (cm²/s²)	L_{st} (min)	ε (cm²/s³)	Num. of Data	Sam. Interval (min)
V 1	St.R 4	1.5	NS	−0.55	1.11	1.23	0.39	0.23	83	4.4×10^{-5}	1471	5
			EW	1.84	1.04	1.08	0.21	0.11	328	9.1×10^{-6}		
V 2	St.H 6	1.5	NS	0.42	1.28	1.64	0.98	0.84	34	2.6×10^{-4}	1146	5
			EW	0.43	1.09	1.19	0.70	0.60	62	8.8×10^{-5}		
V 3	St.H 6	5.0	NS	0.31	1.10	1.21	0.32	0.17	242	8.8×10^{-6}	1147	5
			EW	3.60	1.75	3.06	0.33	0.17	727	1.1×10^{-5}		
V 4	St.R 4	1.5	NS	0.46	1.44	2.07	0.18	0.09	461	5.1×10^{-5}	2026	5
			EW	0.61	1.80	3.24	0.19	0.07	875	1.3×10^{-5}		
V 5	St.R 4	1.5	NS	1.00	1.02	1.04	0.18	0.10	551	3.5×10^{-6}	2310	5
			EW	1.41	1.21	1.46	0.21	0.12	758	4.0×10^{-6}		
V 6	St.H 6	1.5	NS	0.33	1.07	1.14	0.59	0.53	220	2.1×10^{-5}	2027	5
			EW	0.33	0.93	0.86	0.48	0.42	101	7.0×10^{-5}		
V 7	St.H 6	0.5	NS	2.83	1.70	2.89	2.53	2.31	19	4.8×10^{-4}	4270	1
			EW	−0.28	1.93	3.72	2.98	2.72	50	2.1×10^{-4}		
V 8	St.H 6	5.0	NS	4.29	1.63	2.66	1.72	1.21	73	4.0×10^{-5}	4250	1
			EW	−1.52	1.29	1.66	1.02	0.81	72	2.4×10^{-5}		
V 9	St.H 6	0.5	NS	0.10	2.39	5.71	3.42	3.13	76	4.8×10^{-4}	4391	1
			EW	1.05	1.49	2.22	1.64	1.46	66	1.3×10^{-4}		
V10	St.I 4	1.5	NS	−2.98	3.77	14.2	2.45	1.61	512	1.2×10^{-4}	4264	1
			EW	0.68	3.35	11.2	2.16	1.31	403	1.2×10^{-4}		

間の測定である。$\overline{u'^2}_{<6h}$, $\overline{u'^2}_{<1h}$ はエネルギースペクトルをそれぞれ6，1時間以下の成分に関して積分して得た。L_{st} は自己相関係数がゼロとなる時間まで積分して得られる渦の寿命時間である。ϵ は式（1.5.12）で係数 C_ϵ を0.20としてもとめた。

測定水深がV7，9を除き1.5m以上と深いこと，また120個又は24個の平均をとり波の影響をおさえていることなどの理由から個々の流速測定値は 10cm/s を超えることは稀で，平均流速は最大で 5cm/s 程度である。その中では湖心の下層と湖心域の沿岸帯に近い St.I で他の地点に比べて大きい値が得られた。水深 1.5m 程度の中層で流速が弱く，底面付近と沿岸帯で早い流速が観察されたことは1. に書いた鉛直・水平循環流の理論と一致する。他の湖沼での平均流速の大きさは 10cm/s 以上の報告が多いが[11-14]，この差は他の湖では水平スケールが霞ヶ浦に比べ大きく，また水深も相当深いため境界つまり底，側面の影響をうけにくいことが原因していると考えられる。

次に $\overline{u'^2}$，$\overline{u'^2}_{<6h}$，$\overline{u'^2}_{<1h}$ の値より，湖心下層，高浜入奥部（St.R）では他点と異なり，流速のトレンドや流向の変化による分散が大きなウエイトを占めていることがわかる。L_{st} は u_{abs} を用いて渦の空間スケール L_s に変換すると，水深の10～100倍の大きさをもつことがわかる。L_s，ϵ 及び次に述べるスペクトル形状において NS，EW 流に顕著な差は見られず，少なくとも水平的には等方的な乱れが存在することがわかる。しかしここで計算された L_s，ϵ の値はあくまでも数分以上の時間スケールに対応したものであり，波の影響を考慮していないものと考えるべきである。

次に図２－14にＶ９，Ｖ10の流速変動に対し，FFT 法により計算されたエネルギースペクトルの形状を示す（ハニング３回。）。Ｖ９，Ｖ10は（２）のＳ型流速計による観測と同一期間のもの

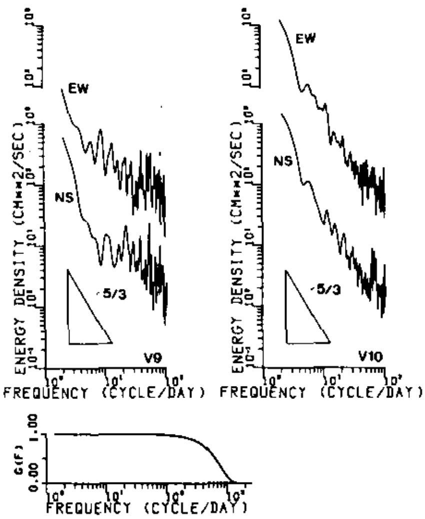


図　2－14　電磁流速計による流速変動のエネルギースペクトル（Ｖ９，Ｖ10）

Fig. 2－14　Kinetic energy spectra of flow fluctuations obtained by electromagnetic flow meter (V9, V10)

である。有限な測定時間T，サンプリング間隔Sでのデータの平均により真のスペクトルに対してフィルターが掛かったスペクトルがもとまっているわけであるが，このフィルター $G(f_r;T,s)$ は次式のように表わされるので，図２－14上にその形状を示す。

$$G(f_r;T,s)=\left[1-\frac{\sin^2\pi f_r T}{(\pi f_r T)^2}\right]\frac{\sin^2\pi f_r s}{(\pi f_r s)^2} \tag{2.3.4}$$

高周波側 $f_r>\frac{10}{s}$ の範囲で$G\ll 1$となることがわかる。しかしながら実際にもとまるスペクトル形は，図２－14のＶ９の場合に示されるように高周波側で波の影響により，－5/3 乗則に比べ高レベル側にずれていることもあり，式(2.3.4)の逆フィルターをかけるような補正は行なわなかった。Ｖ９以外に波の影響が顕著に見られたのはＶ２，Ｖ７であり，三者とも湖心上層での測定値である。他地点では全周波数域で－5/3 乗にきれいに乗っていることが多く，測定期間での風の強さとの関係もあるが，湖心では波の影響が大きいことがわかる。等方性乱れではなく，鉛直方向の乱れが抑えられているという二次元等方性乱流場ではエネルギースペクトルが－3 乗とさらに勾配が急になることが示されているので[13]，この考え方ではここで得られたスペクトル形状の特徴を説明できない。

次に風と流れとの対応を調べた結果を表２－３に示す。γ_u は風速と流速の単相関係数であり，γ_u' は風速と流速の分散の間の単相関係数である（Ｖ１～Ｖ６；12個（１時間）のデータの分散，Ｖ７～Ｖ10；30個（30分）のデータの分散)。θは風向に対する流向のずれを（－180°～180°）の角度で表現したもので右ずれを正として，θの平均値，その標準偏差を風速範囲に分けて示した。

表　2−3　風と流れの関係
Table 2−3　Relation between wind and current

No.	γ_u	γ_u'	$\bar{\theta}_{<4m/s}$ (deg)	$\bar{\theta}_{>4m/s}$ (deg)	$T_u'{}_{lag}$ (min)	$\bar{W}$ (m/s)
V 1	−0.22	0.45	21.8± 71.0	9.2± 57.3	70	2.66
V 2	0.41	0.52	−16.6± 94.6	−11.6± 89.6	110	4.74
V 3	−0.27	0.35	1.6±113.4	− 0.3±113.8	200	4.74
V 4	−0.03	0.10	− 3.5±112.2		110	1.28
V 5	0.35	0.22	14.0±123.7		75	1.34
V 6	0.16	0.31	24.1±109.4	15.5±116.5	80	4.82
V 7	0.27	0.34	−57.9± 92.8	−112.5±24.4	31	3.14
V 8	0.18	0.16	−53.7±104.3	−115.6±25.0	62	3.14
V 9	0.08	0.28	23.0± 84.8	16.5± 87.7	195	3.15
V10	−0.09	0.24	27.8±114.6	44.0± 94.5	182	3.15

$T_{u'lag}$ は風速の流速の分散に対する相互相関係数が最大となる時間を示す。この表より γ_u が小さいこと，θ に関して特別の傾向が見られないことがわかり，平均流とその時湖上に吹いている風との間に密切な関係があるとはいえない。フロート調査，流入流出量調査で得られたような吹送方向への流れが観察できなかった理由としては，①測定水深が深いため鉛直流速分布で流速がゼロとなる位置あるいは逆流域での観測となってしまったこと。このことは湖心での平均流速の測定結果が上層に比べ下層で大きくなっている事実とも符号する。また測定水深が深いため運動量の輸送に時間がかかる。この時間はS型流速計の測定結果の所に書いたものと同じ方法により，1.5m水深で数10分，5m水深で数時間となることが推定される。さらにこうした輸送に必要な時間と風の一定な時間スケールがあまり違わないため，定常な鉛直循環流が確立されている時間が少ないことも原因している。②各水域で発達する水平循環流のウエイトが大きい，等である。これに対して γ_u' が割りと大きい値を示しているのは，波による変動が風とよく対応しているためと考えられ，風が強かったＶ２，６，７で γ_u' は大きくなっている。

最後にＶ２－３，Ｖ７－８はそれぞれ同一期間での湖心の上，下層におけるデータであるので，両者の相互相関を計算してみたが，$t=0$ の相互相関係数はＶ２－３　NS；0.05，EW；0.15，Ｖ７－８　NS；0.00，EW；0.23と極めて小さく，また相互相関係数の最大も小さかった。伝達時間と風一定の時間スケールがあまり変わらないということが原因であると考えられる。

（４）　エネルギー逸散率

風速と流速変動がよい相関を示すことを（３）で述べたが，ここでは風と ε の対応を調べてみることにする。ε の算定誤差はスペクトルのレベルから計算する場合，その読み取り誤差は10％程度であるが，式（2.3.2）中の u_{abs} の評価に問題があり，精度が保証できるのはオーダー程度である。このため以後の議論はオーダーを論ずるものとする。S型流速計の測定データより計算された ε の値と風速との関係を図２－15に示す。（２）で示したものと同じく波進行方向，その直交方向に成分別けをして示してある。また横軸は風の水塊への供給エネルギー E_{wind} が W^3 に比例することより W^3/h を選んだ。E_{wind} が平均して全水深に供給されるとして，単位体積の水塊に与えられるエネルギー供給率を意味する。図中の１，10，100％のラインは次式で $\rho_a=1.21=10^{-3}\mathrm{g/cm^3}$，$C_f=0.001$，$\alpha_1=0.03$ としたときの E_{wind}/h のそれぞれ0.01，0.1，１倍の値である。

$$E_{wind}/h=\rho_a C_f W^2\times\alpha_1 W/h \qquad (2.3.5)$$

この図を見ると風速が大きくなるにつれて波の進行方向，直交方向での ε の値に違いが生じること，$10^{-5}\sim10^{-1}\mathrm{cm^2/s^3}$ と広い範囲に変化すること，全体としては W^3/h とほぼ比例関係にあることがわかる。

次にＥ型流速計で得られたデータを１日ごとに分け，それぞれの ε を算定して，その１日の $\overline{W}^3/h$ と比較したものを図２－16（湖心域），２－17（高浜入域）に示す。スペクトルの計算は（２）（３）で用いたFFT法ではなく，データ数が少なく一定でないためMEM法を用いている。ε

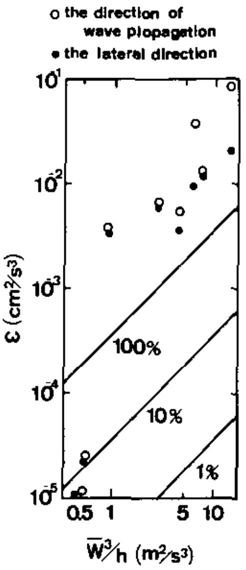


図 2−15 風速とエネルギー逸散率の関係（超音波流速計）

Fig. 2−15 Relation between wind energy supply rate and energy dissipation rate obtained by supersonic current meter

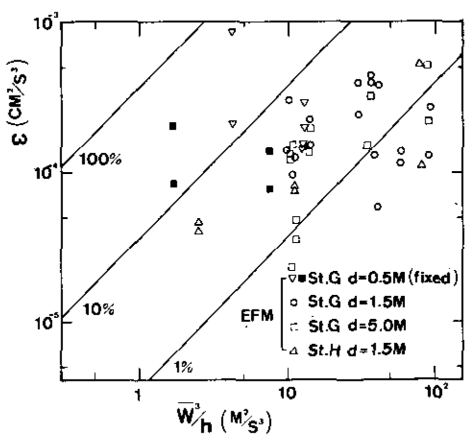


図 2−16 湖心域での風速とエネルギー逸散率の関係（電磁流速計）

Fig. 2−16 Relation between wind energy supply rate and energy dissipation rate obtained by electro-magnetic flow meter in central basin

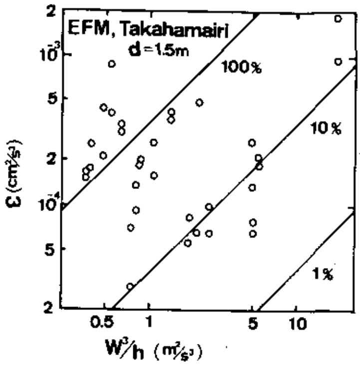


図　2－17　高浜入域での風速とエネルギー逸散率の関係（電磁流速計）
Fig. 2－17　Relation between wind energy supply rate and energy dissipation rate obtained by electro-magnetic flow meter in Takahamairi Bay

は式（2.3.2）より求めた。表2－2の式（1.5.12）より得られたεに比べ若干大きいが，オーダーの変化はない。湖心域での結果を示す図2－16では，同一地点，同一水深のデータは$\bar{W}^3/h$とほぼ比例関係にあることがわかる。これに対して高浜入での結果を表わした図2－17では，測定期間の風速が湖心域での観測時に比べ低いことが原因しているためか，この傾向がはっきりと観察されない。湖心上層，St.I などではεはE_{wind}/hの10%程度であり，下層，St.R では0.5～10%の値となっている。図2－16中■印のものが図2－15のS型流速計による観測と同一期間にある。E型流速計でのεに比べ，S型流速計によるεはばらつきが大きく，平均でもS型のεの方が若干レベルが高い。(1)に述べたように出力がS型のほうがE型に比べ1.5倍程度大きくなっていることより，εの値は$1.5^2=2.25$倍の差となることが予想され，εの値の違いはこの違いによりほぼ説明される範囲である。S型でεの変動が激しいことは，湖内への風による供給エネルギーが，数十分～数時間つまり風の変動周期により変化し，その影響が湖水の乱流特性を支配していることを想像させる。

次にこれら霞ヶ浦でもとめられた値を，海域，他の湖沼で報告されているεと比較してみることにしよう。海洋でのεの実測値は大久保[16]などにより整理されているが，水深2m程度で5×10^{-3}～5×10^{-2}cm²/s³，100m水深で約5×10^{-4}cm²/s³であり，Webster[17]は$z_1^{-0.7}$（z_1；水深）で整理できると報告している。寺本[18]によれば月－地球系の運動の変化から推定される潮汐摩擦によるエネルギー逸散率は全海洋で4.7～6.4×10^{19}erg/sである。このうちの大部分が，地表全面積の約5.5%に当る2.7×10^{17}cm²の大陸棚上及び浅い縁辺海における海底摩擦によると考えると，$h=200$m，$\rho=1$g/cm³としてεは約9.3×10^{-3}cm²/s³となり，海洋での報告値とよい一致を示す。風からのエネルギー供給は北大西洋で1.2×10^{18}erg/sなどの報告があり，大陸棚などの浅い領域では潮汐エネルギー逸散に比べて1オーダー小さく無視できる。湖沼の場合には逆に潮汐力が無視でき，風による供給が支配的である。ここで得られた値10^{-5}～10^{-1}cm²/s³はOntario湖[12]，琵

琶湖南湖[15]での値に比べて小さく，Tahoe 湖[14]の値とほぼ等しい。$\varepsilon \times h$で比較すると以上三湖のものと比べて1～2オーダー低いものとなっているが，Palmer[12]の観測には測定上に問題点があることが報告されているし，琵琶湖南湖では接続した北湖からのセイシュによるエネルギー供給が圧倒的に大きいことを考慮すれば，それ程この小ささは問題とはならないと考えられる。

2.3.4　鉛直混合特性

1.にも述べたように，霞ヶ浦は水深が極めて浅いため若干の風により鉛直方向に完全混合してしまう。St.T における水温，DO，クロロフィルaなどの鉛直分布の日変化の様子は細見・福島[19]などに示され，昼すぎの風により全水深均一になる過程がとらえられている。村岡・福島[10]では高浜入３点での水温鉛直分布の経時変化より拡散係数が計算され，上層（水深１，２m）で３～10cm²/s，下層（３～５m）で 0.2～2.0cm²/s という結果を得ている。h=4m，u_*=0.55cm/s（W=5m/s に対応）を式（1.2.24）に代入して得られる $\bar{K}_z$=9.46cm²/s に比べて若干小さめの値を示していて，成層の影響を予測させる。

ここではこれと同一のデータを用いて1.5.2 の解析法を適用してみよう。観測の方法，条件などの詳細は村岡・福島[10]に記したので省略する。図２－18に水温，溶存酸素量 DO の鉛直分布の経時変化例を示す（1977.7.5，St.J での測定）。水温躍層の低下がはっきりと観察できる。午前中

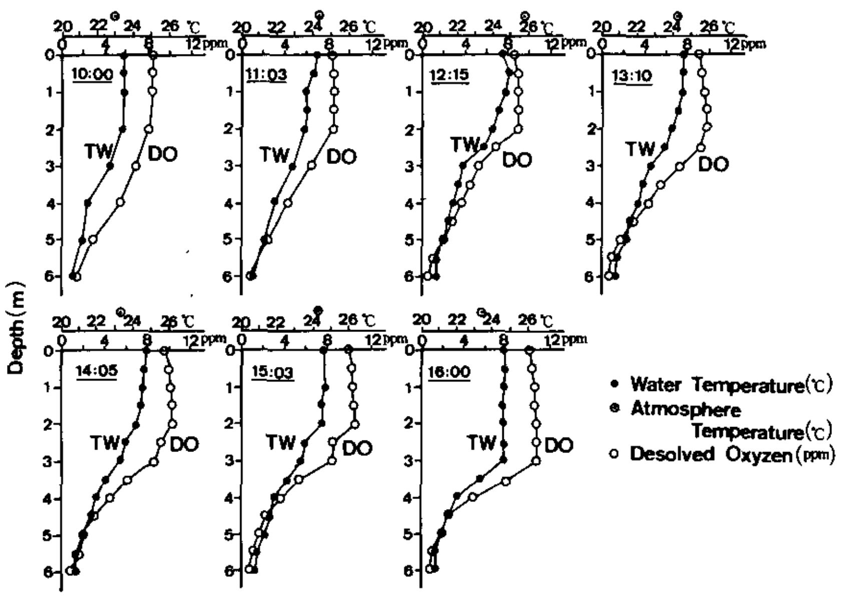


図　2－18　水温，溶存酸素量の鉛直分布の経時変化例（1977.7.5 St.J）
Fig. 2－18　Hourly variation of water temperature and dissolved oxygen (July 5, 1977, St.J)

の水温変化は熱供給の影響をうけているため，全水深のトータルの熱量がほぼ一定と見なすことのできる午後を対象に解析を行なった。混合初期のオーバーオールのリチャードソン数は次式よりもとめた。

$$Ri_{\mathrm{all}}=\frac{g\delta\rho D}{\rho u_*^2} \tag{2.3.6}$$

ここで $\delta\rho$ は上下層の密度差，Dは混合層の厚さである。$\delta\rho=1.04\times10^{-3}\mathrm{g/cm^3}$，$D=2\mathrm{m}$，$u_*=0.55\mathrm{cm/s}$ とすると Ri_{all}は674となる。表2－4に各測定，各測定期間ごとに風速の大きさと，風による供給エネルギーに対する上下層混合により増加した位置エネルギーの比率を示す。E_{wind}の算定には $\rho_a=1.21\times10^{-3}\mathrm{g/cm^3}$，$C_f=0.001$，$\alpha_1=0.03$ を用いている。式（1.5.30）の Wu に

表　2－4　風によるエネルギー供給率に対する鉛直水温分布の変化によるエネルギー増加の割合

Table 2－4　Ratio between increasing rate of potential energy E_ρ and wind energy supply rate E_{wind}

Time	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E'_\rho(t)/E_{\mathrm{wind}}$ (%)			$\bar{W}$ (m/s)
	St.J	St.L	St.N	
13:00～14:00	3.7	3.5	7.2	6.0
14:00～15:00	4.6	－	13	5.4
15:00～16:00	24	－	24	5.5

よる実験結果に比べて1～2オーダー大きい値を示す。この理由は，①水温測定の精度が0.1°C程度と上下層水温差 ΔTに比べよくないこと，② α_1，C_fなどE_{wind}の算定のために必要な係数に問題点が多いこと，など計算の不正確による可能性も考えられるが，③水深が浅いため風波による運動により，混合が促進されるなど現地の特性によることも十分に考えられ，今後さらに詳しい調査が必要である。

2.4　水平循環

2.4.1　フロート調査による水平循環流の観測

図2－7を水平循環という観点から見ると，高浜入では午前中の風の弱い期間では半時計廻りの環流らしき流れが観察される。流速は1～2cm/sと弱いがこの半時計廻りの渦は2.6で示す電気伝導度の水平分布からも推測される。3.に記す霞ヶ浦吹送流模型実験では，高浜入に生じる流れはどの風向とも反時計廻りの渦が卓越していることが示される。環流の生因は風と地形の相互作用による吹送流の水平循環流である可能性が強いが，高浜入奥部への恋瀬川，山王川の河川流

入水による流れが渦を誘起していることも考えられる。

2.4.2 湖流連続観測

2.3.3 で説明をしたE型流速計による湖流の連続観測において，V 9 －10の組は同一期間における湖心域の2地点（V 9 －St.H，V10－St. I）での観測結果である。両者の流速値時系列としての違いは表2－2に示されるように，V 9に比べV10で平均流速，L_{st} の大きいことである。V 9，V10をそれぞれ NS，EW 流に分けて，互いの相互相関を計算した結果を表2－5に示す。

表 2－5 湖心域2地点での流速の相互相関
Table 2－5 Cross correlation between flow velocities at two stations in central basin

	$C_{(0)}$	C_{max}	Tc (min)
V9NS－V10NS	0.02	0.18	－ 720
V9EW－V10EW	0.26	0.29	20
V9NS－V10EW	0.08	0.22	－1440
V9EW－V10NS	0.23	0.26	－ 100

$C_{(0)}$ は単相関係数，C_{max} は相関係数の最大，T_c は最大の生じるずらし時間を意味しV 9 に比べV10をおくらせたものを正とした。相関は最高で 0.3程度とよくない。図2－11に示したように測定期間中風向が急激に変化していることが多く，安定な水平循環流が発達しなかったためと考えられる。V10の方が流速が早くなることは3. で示す霞ヶ浦水理模型実験においても認められ，L_{st} が大きいことは流況が大きな水平循環流に支配されていることを意味していると考えられる。

2.5 セイシュ

2.5.1 セイシュ長期観測

小さな孔をあけた筒中に抵抗線式水位計を固定して，風波による水位変動の影響をうけずに数分以上の長周期波を観測できる装置を作成し，St.C（茨城県霞ヶ浦流域下水道事務所敷地内）の湖岸で15日間にわたる水位変動の観測を行なった。図2－19にその結果を示す。風向・風速に関しては下水道事務所のデータを整理した。得られた水位変化の時系列のエネルギースペクトルを計算した結果が図2－20である(FFT 法，サンプリング間隔5分，ハニング3回。)。霞ヶ浦のセイシュ周期は湖心域，高浜入域，土浦入域という枝分かれした湖と考えることにより Neumann の方式（1.4.7）にそのスケールを代入してニュートン－ラフソン法により解をもとめれば 141，101, 63, 47……分という周期を得る。図2－20中に示されるピーク 141，80，63分とよく一致している。次に吹き寄せと風向・風速との関係を調べるために，NS，EW それぞれの風速と水位と

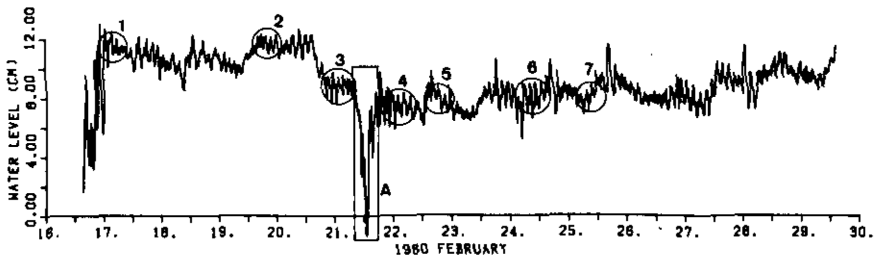


図　2－19　土浦における水位の長期観測結果
Fig. 2－19　Long term continuous record of water level fluctuations at shore line at Tsuchiura

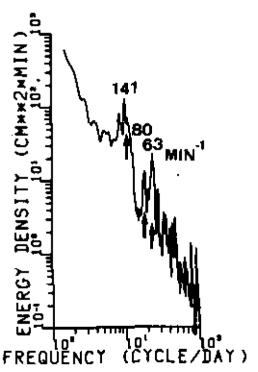
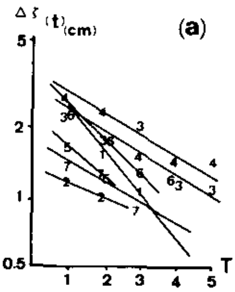


図　2－20　水位変動のエネルギースペクトル
Fig. 2－20　Wave energy spectrum of seiche oscillation

の相関係数を計算するとNの風に対して－0.21，Eの風に対して0.50となった。湖形状と St.C の位置から考えてEの風で水位が高まり，Wの風で下がるという傾向は十分に納得できることである。水位変動の大きさはまず$\sqrt{(\zeta(t)-\zeta_m(t))^2}$（$\zeta_m(t)$ は $\zeta(t)$ の180分の移動平均値）は0.67cmとなり，振幅の平均値は水位変化を sin 波と考えれば振幅を a としてその変化の分散は $a^2/2$ で表わされるので，全期間平均として $0.67\times\sqrt{2}=0.95$cm 程度と推定される。図2－19中Aに示されるように風の吹き方（この時には WNW，約10m/s の風が急に吹き始めた）によっては5cm程度の振幅が生じる可能性もあることがわかる。

最後に減衰の速度をもとめるために，測定期間中の風停止時（図2－19中①～⑦で示した期間）における振幅の減少を時間に対してプロットしたものが図2－21(a)，(b)である。風停止期間がセイシュ周期の3～5倍程度しかないため，図2－21(a)，(b)のいずれで直線に乗るかは判断できない。図2－21(a)は片対数プロットで1.4.5に書いたようにこの図上で直線にのることは層流型の抵抗則を用いた場合の減衰を意味する。a_{10} の大きさをこの図より式（1.4.14）から



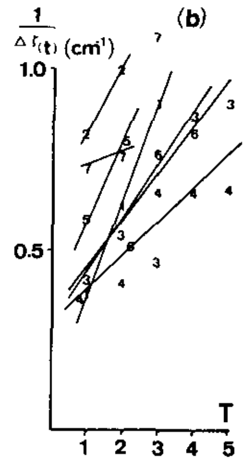


図　2−21　セイシュの減衰
(a)−層流型　(b)−乱流型
Fig. 2−21　Decrease rate of seiche amplitude
(a)−logarithmic plots　(b)−reciprocal plots

もとめれば平均で0.239となる。これより α_5 を式 (1.4.5) を利用して算定すると 0.021cm/s となる。式 (1.4.16) より底面の層流摩擦による α_{10} の理論値は $h=4$ m, $T=150$分として0.021となるので，実測値に比べ1オーダー小さい。図2−21(b)はセイシュが乱流状態にある場合に直線上にのることが予測されるプロットの方法であるが，この図から α_6 の値を式 (1.4.20) を用いて算定すると0.0202が得られる。この数値は海域などの潮流計算によく用いられる0.0026に比べ相当大きい。数値読み取り誤差も若干あるが，水深が浅いため粗面での関係 $\alpha_6 \propto (k_s/h)^{1/3}$ (k_s は相当粗度) より考えても α_6 が霞ヶ浦では大きくなることが予測される。また霞ヶ浦は非常に複雑な形状をしているため，水平粘性の影響も大きいことが想像される。こうした原因，他湖沼との比較などについては，3.4.4.で詳しく論ずることにする。

2.5.2.　沿岸5地点での水位観測

長周期波動用の水位計を沿岸5地点 (St.D, E, F, K, U) に設置し，10分毎，24時間連続の水位観測を9月27〜28日(1979)，1月29〜30日(1980)の二回にわたり行なった。各地点での水位変化のスペクトルのピーク位置とその強さ，$\bar{\zeta}$, $\sqrt{\overline{\zeta'^2}}$, $\sqrt{\overline{(\zeta-\zeta_m)^2}}$ の値を表2−6に示す。ζ のゼロ点は測定開始時の水位であり，ζ_m は180分の移動平均を意味する。また図2−22には調査時の風向・風速の変化を示す。表より全域的には150分程度の周期変動が卓越すること，端に位置するSt.D, F, Uで水位の振幅が大きいことがわかる。各入江の特性を反映してSt.U での76〜77分周期など地点固有の周期がはっきり観察されるものもある。また $\bar{\zeta}$ の大きさより吹送方向

表　2−6　沿岸5地点での水位連続観測

Table 2−6　Long term record of water level variation at 5 stations along shore line

地点	1回目					2回目				
	ピーク周期 (min^{-1})	強度 $(cm^2 \cdot min)$	$\bar{\xi}$ (cm)	$\sqrt{\overline{\xi'^2}}$ (cm)	$\sqrt{\overline{(\xi-\xi_m)^2}}$ (cm)	ピーク周期 (min^{-1})	強度 $(cm^2 \cdot min)$	$\bar{\xi}$ (cm)	$\sqrt{\overline{\xi'^2}}$ (cm)	$\sqrt{\overline{(\xi-\xi_m)^2}}$ (cm)
土浦 St.D	151 87 64	87.4 8.6 7.4	1.56	1.25	0.69	165 87 60	70.8 12.0 6.9	0.49	0.83	0.67
美浦 St.E	144 87 60	10.4 4.2 2.6	0.68	0.60	0.27	138 69	14.5 2.8	−1.23	0.46	0.32
牛堀 St.F	151 107 56	87.4 42.8 17.4	0.29	0.88	0.50	144 77	89.1 20.0	−3.10	0.92	0.66
玉造 St.K	262 123 50	13.6 4.4 2.4	0.14	0.79	0.51	107 60	13.2 7.4	−1.40	1.13	0.49
玉里 St.U	151 77	112.4 12.4	−0.31	1.18	0.30	158 123	18.2 10.0	−1.07	1.15	0.50

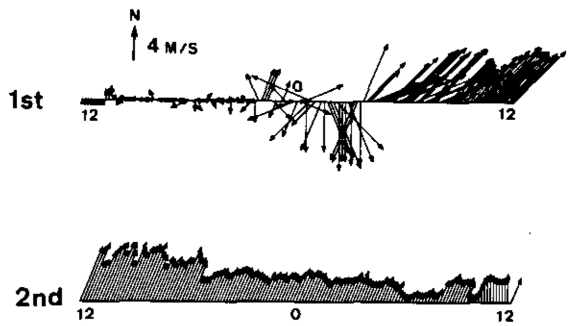


図　2−22　沿岸5地点での水位連続観測の際の風向・風速変化

Fig. 2−22　Variation of wind velocity and speed during seiche observation at 5 stations along shore line

に吹き寄せが生じていることがわかる。1回目の観測では観測期間前にはほとんど風がなかったので，この時の $\bar{\xi}$ を用いて，吹き寄せの大きさを推定してみよう。風速は9月28日午前0時頃より平均して6.7m/s程度吹き始めた時に，St.Dで +2.5cm，St.Uで −0.2cmの水位となりその

差は 2.7cm である。式 (1.4.8) を用いれば平均水深 4 m, 吹送方向の距離約 15km, $n=1.1$, $C_f=0.001$ として 2.2cm が得られる。観測値と若干異なるが係数の問題点などを考慮すれば，吹き寄せの水位差は式 (1.4.8) を用いて推定が可能といえるだろう。最後に図2－23に St.D に対する St.E, F, Uでの水位変化の相互相関を示す。後述の模型実験，数値計算の所ではこの図との比較を行なっている。

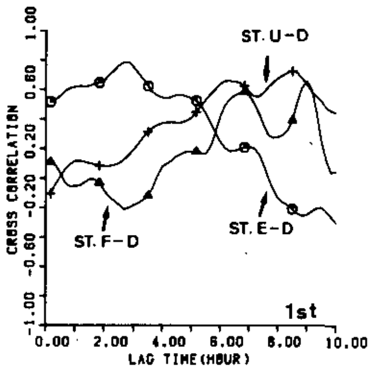


図　2－23　水位の相互相関

Fig. 2－23　Cross correlation between water level fluctuations at several stations along shore line

2.5.3　高浜入出口断面における流入出量調査

2.3.2 に記した高浜入と湖心域を結ぶ狭窄部の横断面での流向・流速観測調査結果の中で，狭窄部の軸方向の断面平均流速 $u_t(t)$ の時間変化を示したものが図2－24である。周期2～3時間

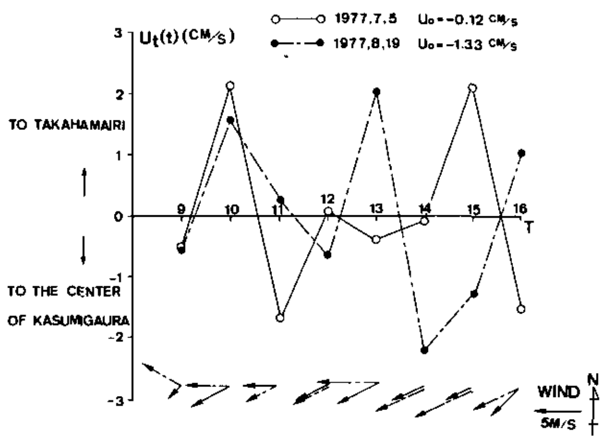


図　2－24　高浜入出口断面での流入流出量調査による $u_t(t)$ の経時変化

Fig. 2－24　Hourly variation of current $u_t(t)$ averaged on the cross section at downstream end of Takahamairi Bay

の往復流が明らかに観察される。振幅の大きさは約 2cm/s である。調査時の風向・風速は第 1，2 回調査とも ENE，約 4m/s の風であったので式 (1.4.13) より振幅の値を推定してみよう。$T=$ 141分，$\bar{h}=4$m，$C_f=0.001$ として 0.83cm/s となる。式 (1.4.13) は長方体水域での理論解であり，霞ヶ浦のような不規則な形状をもつ水域を考える際には問題点，たとえば①測定地点の幅，②式 (1.4.13) では T，h によりセイシュ流速の振幅を表現しているが，吹送方向距離，h で表わした方が適当，などが生じる。オーダーの算定だけに用いるのであれば式 (1.4.13) で十分であるが，より正確にセイシュによる流れを予測するためには4. で示すような数値計算を行なう必要がある。

2.5.4 湖流の連続観測で観察されるセイシュ流

V 1 ～ V10のエネルギースペクトルには若干ながら約 2.5 時間にピークが見られる。特に高浜入奥部 (St.R) での観測結果には顕著に見られる。図 2 －25には，V 1 のデータの自己相関関数を示したが，30分程度の移動平均処理をした時系列では特に，周期 2.5 時間程度の流速変動が観察できる。その振幅の大きさは表 2 － 2 の $\overline{u'^2}_{<6h}$，$\overline{u'^2}_{<1h}$ の差より 0.34～1.30cm/s 以下であることが推定される。湖心域では非常に小さく，St.I などで大きく各測定点の場所的特性がかなり影響している。

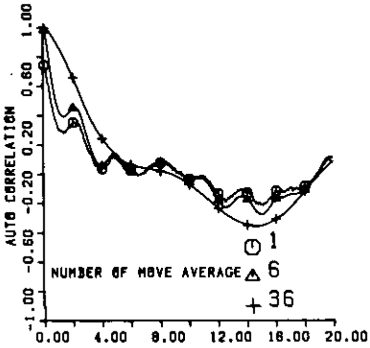


図 2－25 流速データの移動平均後の自己相関関数（V 1）
Fig. 2－25 Auto-correlation function after applying moving averaged method for the record of flow velocities (V1)

2.6 河川による流れと水交換，混合特性

2.6.1 流入河川による流れ

高浜入出口断面の流量観測で得られた式 (2.3.1) 中の u_0 は第 1，2 回調査でそれぞれ 0.12, 1.33cm/s であった。この時の高浜入への三河川流入量は 4.5m^3/s，約 100m^3/s であったので，測定部断面積（ほぼ 4,000m^2）より流速を算定すれば 0.11cm/s，2.5cm/s となり u_0 の観測値とほ

ぼ一致する。一般には流入河川水量は数 m^3/s であり，この狭窄部を除けば他の水域では横断面積も大きいので，流れに関していえば吹送流，セイシュに比べ無視しうることがわかる。

2.6.2　電気伝導度などの水平分布

電気伝導度（以後電導度と略す。）は保存量であり，海水の進入の影響が原因かどうかは不明ではあるが，湖心域でその値は高く，高浜入域で低いという傾向をもつことがわかっている。図2－26には高浜入においてほぼ均一に26地点を選び，表層における電導度を1日1回，5日間連続して行ない，それを平均して得られた電導度の水平分布を示す。河川の値は1979. 7月～1980. 5月の1週間ごと32個のデータの平均である。電導度はすべて25°Cでの値に換算してある。この図を見ると湖心域に向けて電導度が高くなること，また北側で高く反時計廻りの環流の存在を推測させる。図2－27には湾奥よりの距離を横軸に，電導度及び同時に測定を行なったクロロフィル a 濃度の5日間平均値をプロットした。電導度に関しては一次元分散解析を適用することが可能

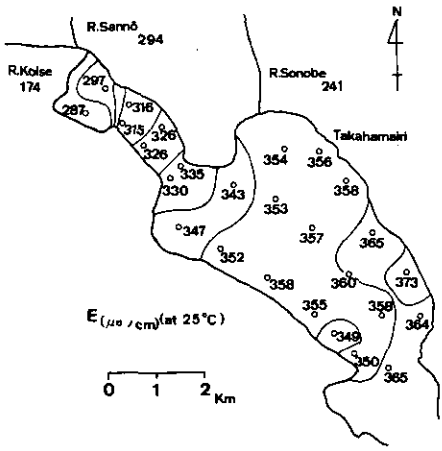


図　2－26　高浜入における電気伝導度の水平分布
Fig. 2－26　Horizontal distribution of Conductivity in Takahamairi Bay

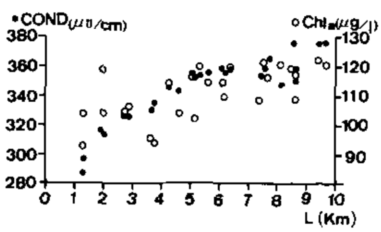


図　2－27　高浜入における電気伝導度，クロロフィル a の一次元分布
Fig. 2－27　Variation of Conductivity and Chlorophyll-a on the line of longitudinal axis in Takahamairi Bay

と考えられる。クロロフィルaも湾軸方向の変化が読み取れるが，各日変化も大きく，またパッチ形成，浮上など水平的には数十mスケール，鉛直にも数10cmのスケールで激しく変化しているため混合の解析には不適である。前日の風の強さと水平分散の関係も調べて見たが，風がすべて2m/s以下と極めて静かな状態であったため，特別の傾向は発見できなかった。

2.6.3 分散係数，交換流量

図2－1のSt. T. S. N. L. J. H. における半月に1回の電導度の測定値をもとに，二つの方法で混合現象の定量を行なった。最初の方法は式(2.6.1)に示されるような一次元分散係数を式 (2.6.2) により算出した。

$$\frac{\partial C}{\partial t}=u\frac{\partial C}{\partial x}+D_x\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \qquad (2.6.1)$$

ここでCは電導度などの保存物質濃度，D_xは分散係数である。

$$D_x(x)=\left(\int_0^x\int_{A_z}\frac{\partial C}{\partial t}\mathrm{d}A_z\mathrm{d}x-\sum_i Q_iC_i+Q\ C(x)\right)/A_z(x)\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right) \qquad (2.6.2)$$

$Q=\int_{A_z}u\mathrm{d}A=\sum_i Q_i$，$A_z(x)$は$x=x$における一次元軸に直交する断面の面積，$Q_i$，$C_i$はそれぞれ流入河川流量，濃度である。

もうひとつの方法は，いくつかの水域をボックスと考えて，一つのボックス内では完全混合，ボックス相互には河川流量分だけの押し出し流$Q_{r,i}$，交換流量$Q_{s,i}$及びそのボックスへの河川流入量$Q_{t,i}$，$C_{t,i}$を考えるもので，濃度Cについて次のような常微分方程式として表わされる。

$$V_i\frac{\mathrm{d}C_i}{\mathrm{d}t}=(Q_{r,i-1}+Q_{s,i-1})C_{i-1}+Q_{s,i}C_{i+1}-(Q_{s,i-1}+Q_{s,i}+Q_{r,i})C_i+C_{t,i}Q_{t,i} \qquad (2.6.3)$$

流量の連続条件より次のような関係があり

$$Q_{t,i}+Q_{r,i-1}-Q_{r,i}=0 \qquad (2.6.4)$$

式 (2.6.3)，(2.6.4) よりもとめるものは$Q_{s,i}$である。電導度はすべて25℃の値に補正し，河川流量，河川流入電導度には1週間に1回の測定値を平均して用いた。St.S，N，Jまでの滞留時間はこの観測期間において，それぞれ26～120日，85～380日，135～600日となり測定間隔約15日に比べ大きいので，D_x，Q_sの算定には問題がない。水位変化は2.2.3 に示されたように変化の大きさが水深に対し5％以内であるので，ここでは第1次近似として省略した。全体としての誤差は20％程度であった。分散係数はSt.S．N．J．の値として計算し，交換流量は高浜入を2つのボックスと考えて，図2－1の断面A－A′，B－B′での値を求めた。その結果として，図2－28には分散係数の約1年間にわたる変化を，図2－29には河川流入量$Q_{s,i}$＋交換流量$Q_{r,i}$と$Q_{r,i}$

の関係を示す。図2－29中で $Q_s=0$ のラインより下の点では，$Q_s<0$ を意味しこの時には $D_x<0$

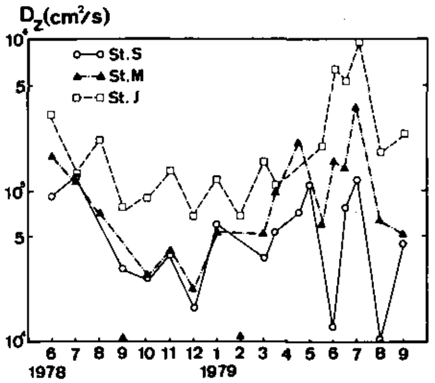


図　2－28　高浜入における一次元分散係数の年度化

Fig. 2－28　Seasonal change in one-dimensional dispersion coefficients in Takahamairi Bay

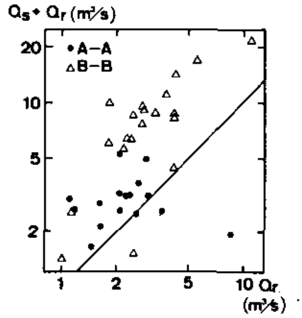


図　2－29　河川流入量と交換流量の関係

Fig. 2－29　Relation between magnitude of river discharge and exchange water volume in Takahamairi Bay

となった。図2－28より D_x の大きさは St.S で 2.7×10^4，St.N で 4.1×10^4，St.J で $1.7\times10^5\mathrm{cm^2/s}$ 程度である。広がり部である St.Nで小さな値が得られたのは式（2.6.2）中 $\partial C/\partial x$ の評価にその両側の測点での C の値の差分をとったためであり，実際には数倍程度小さめに見積ってしまっていると考えられる。つまり図2－27に示されるような広がり部での電導度のなだらかな分布を評価できなかったためである。同様に St.J では逆の場合となり，大きめに見積もっていることになる。

分散係数の予測法としては次のような諸式が考えられる。

（1）　4/3乗則つまり式（1.3.4）D_{x1}

（2）　玉井[20]が水理実験結果をもとに瀬戸内海に適用した，環流の流速 v_w 及び渦径 L を用いての次式

$$D_{x2}=\alpha_D v_w L,\quad \alpha_D\approx 0.03 \tag{2.6.5}$$

（3） 分散係数の算定式である次式[21]中の断面平均流速よりの偏差 u'' に

$$D_x=-\frac{1}{h}\int_{-h}^{0}u''\left\{\int_{-h}^{z}\frac{1}{K_z(z)}\left(\int_{-h}^{z}u''\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}z\right\}\mathrm{d}z \tag{2.6.6}$$

吹送流の鉛直循環流の流速分布を代入したもの。流速分布に式（1.2.13）式及び K_z 一定の仮定を用いれば

$$D_{x3}=\frac{1}{1680}\frac{\tau_w^2 h^4}{\rho^2 K_z^3}=\frac{1}{1680}\frac{u_*^4 h^4}{K_z^3}=7.49u_*h \tag{2.6.7}$$

となる。ここで $K_z=0.043\,u_*h$ とした。式（1.2.20）の混合長を用いての評価は3.で行なうが，一般には式（2.6.7）に比べ数倍程度大きくなる。

（4） 速水[22]は潮汐往復流による分散係数を明石海峡での塩素量の実測より次のような式で表現している。

$$D_{x4}=\alpha_s\frac{2}{\mathrm{T}}\int_0^{T/2}u_{se}\sin\frac{2\pi t}{T}\mathrm{d}t\int_0^{T/2}u_{se}\sin\frac{2\pi t}{T}\mathrm{d}t$$

$$=\alpha_s\cdot 2\cdot\frac{u_{se}^2}{\pi^2}T,\quad \alpha_s\approx 0.1 \tag{2.6.8}$$

以上の $D_{x1}\sim D_{x4}$ の諸式に $L=2.5$km, $h=4$m, $v_w=4$cm/s, $u_*=0.5$cm/s, $u_{se}=2$cm/s, $T=141$分などの値を入れて計算すると，$D_{x1}=1.5\sim 14\times 10^5\mathrm{cm^2/s}$, $D_{x2}=3\times 10^4\mathrm{cm^2/s}$, $D_{x3}=1.5\times 10^3\mathrm{cm^2/s}$, $D_{x4}=6.9\times 10^2\mathrm{cm^2/s}$ などの結果が得られる。D_{x3}, D_{x4} は測定値に比べ相当小さい。D_{x1}, D_{x2} でほぼ等しいオーダーといえる。D_{x1} の考え方は乱子モデルを用いても説明されるが[23]，その時の基本的な関係は K_n, Λ_n, V_n, ε_n をそれぞれ n 番目の乱子の渦動粘性係数，渦径，循環流速，エネルギー逸散率として

$$K_n=\Lambda_n V_n,\quad \varepsilon_n=K_n(V_n/\Lambda_n)^2=\mathrm{const} \tag{2.6.9}$$

より

$$V^3/\Lambda=\varepsilon=\mathrm{const.},\quad K\propto\varepsilon^{1/3}\Lambda^{4/3} \tag{2.6.10}$$

となる。D_{x1} と D_{x2} は $K_n=\Lambda_n V_n$ の考え方から導かれているわけであるが，D_{x1} の場合には対象とする渦の径が，場のスケールに対して十分小さい場合の拡散現象を説明する。D_{x1} の表示式の中には式（2.6.10）に示されるように ε が含まれている。2.3.3 で書いたように霞ヶ浦の ε の値は海域，他の湖沼に比べて小さいため，D_{x1} の表示式（1.3.4）の係数が小さい可能性が強い。以上，St.Nなどの広がった領域では吹送流の水平循環流などの環流により水平方向の混合が生じ

ているものと考えられる。

次に図２－29を見ると，狭窄部における水交換が河川流量と関係をもっていることがわかる。Q_s と Q_r を比例関係を見ると，ボックス１（B－B′断面）で $Q_s=0.26\ Q_r$，ボックス２（A－A′断面）で $Q_s=1.43\ Q_r$ となる。Q_r が大きいということは天候が悪いことを意味し，風速なども相当大きいことを想像させる。また Q_r の増加による水位上昇の影響を評価していないことが，式（2.6.3）より Q_s の値を増やしている可能性もある。現在の段階では Q_s が Q_r に比例する原因を明確にすることができない。ここでは湾口でよく解析に用いられる交換係数の概念をセイシュの往復流に適用して，その係数の大きさをもとめてみよう。交換係数 γ_E は Parker により次式で定義される[24]。

$$\gamma_E=\frac{\bar{C}_F-\bar{C}_E}{C_0-\bar{C}_E} \tag{2.6.11}$$

ここで $\bar{C}_F$ はボックスへの流入水塊の平均濃度，$\bar{C}_E$ は流出水塊の平均濃度，C_0 は外海水濃度。柏井はこれを拡張して式（2.6.11）とあわせて三つの交換係数 γ_E，γ_F，γ_G を定義した[25]。

$$\gamma_F=\frac{\bar{C}_F-\bar{C}_E}{\bar{C}_F-C_I} \tag{2.6.12}$$

$$\gamma_G=\frac{\bar{C}_F-\bar{C}_E}{C_0-C_I} \tag{2.6.13}$$

C_I はボックス内（湾内水）濃度である。ここで算定した Q_s に対応するのが γ_G であることがわかる。つまり半周期間の流出及び流入水量の平均をそれぞれ Q_{av} とすると，

$$Q_{av}\frac{T}{2}(\bar{C}_F-\bar{C}_E)=Q_sT(C_0-C_I) \tag{2.6.14}$$

の関係があるので，

$$Q_s=\gamma_G\frac{Q_{av}}{2} \tag{2.6.15}$$

となる。St. J でのセイシュ流速は 2cm/s 程度であるので，$Q_s=5\text{m}^3/\text{s}$，$Q_{av}=2u_{se}A_z/\pi$ より $\gamma_G\fallingdotseq0.20$ となる。γ_G の値としては東京湾，伊勢湾の湾口部の観測データとしては[26,27]，１～３％（γ_E で８～10%）の報告があるので，相当大きい数値となってしまう。河川流入水による恒流，吹送流の鉛直循環流による分散などの影響の方が，狭窄部においてもセイシュによる分散に比べ大きい可能性が強い。

2.7 まとめ

限られた人員及び計器のため，十分に湖流，混合現象を把握したとはいい難い面も多いが，ここで得られたことをまとめてみると次のようになる。

流れに関しては次のようにまとめることができる。

（1） 流速の大きさは表層近傍を除いて 10cm/s を超えることは少ない。

（2） 表層部分つまり水深 50cm 以内には風の影響がすぐに伝達される。表面流速は風速の 1 ～ 5 %の範囲である。

（3） 下層への運動量の輸送に要する時間は風変化の時間スケールと同程度であるため，流向，平均流速は風との対応がよくない。しかし乱れに関しては波の影響によるのか不明ではあるが，風速と有意な関係がある。

（4） 水域によっては1. に書いた吹送流の鉛直循環流がはっきり観察されるところもあるが，湖心域などにおいては水平的な循環流の影響が大きいと考えられる。

（5） エネルギー逸散率は風の供給エネルギーを水深で割ったもの，つまり単位体積当りへのエネルギー供給率の数%程度である。測定水深が浅いほどこの比率は大きくなるが，エネルギー逸散率の値は海洋，他の湖沼のものと比較して 1 ～ 2 オーダー小さい。

（6） 水平的には等方的な乱れが存在する。また水平方向の平均の渦径は水深の約 10～100 倍程度である。

（7） セイシュは風による吹き寄せで生じ，その周期は約 141 分のものが卓越する。振幅の大きさは風の吹き方により，5 cm 程度の振幅を生じることもあるが，一般的には約 1 cm である。

（8） セイシュによる流れの大きさは狭窄部で 2cm/s 程度の振幅をもつが，広がった水域では 1cm/s 以下である。セイシュ振幅の減衰より，底面摩擦係数 α_6 は 0.0202 となり，水深が浅いこと，形状が複雑なことから海域での報告値に比べ大きくなっている。

（9） 河川による流れは狭窄部でも約 0.1cm/s と大雨時を除けば，吹送流，セイシュに比べ無視できる。

次に混合現象に関しては次のようにまとめることができる。

（1） 鉛直混合の大きさは鉛直渦動拡散係数で表現すると，表層で $3～10\mathrm{cm^2/s}$，下層で $0.2～2.0\mathrm{cm^2/s}$ 程度で，式 (1.2.24) で推定される値に比べ若干少ない。風からの供給エネルギーと混合による位置エネルギーの増加の比率は 3 ～25%と極めて大きい値が得られ，今後の検討の必要がある。しかし霞ヶ浦は平均水深が 4 m と非常に浅いため，5m/s 以上の風が吹けば全水深均一混合する可能性が強い。

（2） 水平混合に関しては一次元分散係数で表現すると広がり域で $10^4～10^5\mathrm{cm^2/s}$ 程度となり，循環の数%と見積もることができる。ボックス間の交換流量で表わすと，これは河川流量と比例関係があるようなデータが得られたが，セイシュ，吹送流の鉛直循環流も関わっているものと考えられる。

参考文献

1) 建設省関東地方建設局　霞ヶ浦工事事務所 (1980)：環境と水質.
2) 茨城大学農学部　霞ヶ浦研究会編 (1977)：霞ヶ浦. 三共出版, 203pp
3) 国立公害研究所 (1981)：霞ヶ浦流域の地形, 気象水文特性およびその湖水環境に及ぼす影響. 国立公害研究所報告, 第20号.
4) 気象庁 (1978)：地域気象観測システム (AMeDAS) の観測値, 1978年1月～12月.
5) 南部祥一ほか (1974)：霞ヶ浦の水質に及ぼす吹送流と底質の影響. 用水と廃水, **16**－2, 159－168.
6) 堀内清司ほか (1962)：湖水の運動と拡散. 地理学評論, 45－2, 79－88.
7) 余越正一郎・富所五郎 (1978)：風による諏訪湖の流動特性. 土木学会論文報告集, **276**, 52－63.
8) Bhowmik, G.N. and J.B.Stall (1978) : Circulation pattern in the Fox Chain of lakes in Illinois. Water Resour. Res., **14**(4), 633－642.
9) 奥田節夫・横山康二 (1978)：航空機を利用した流れと拡散の観測. 琵琶湖湖流の総合的観測とモリタリングに関する研究. 琵琶湖問題研究機構, **9**, 44－47.
10) 村岡浩爾・福島武彦 (1979)：霞ヶ浦の湖流特性. 国立公害研究所研究報告, **6**, 33－44.
11) Jones, I.S.E. (1971) : Turbulence in Lake Huron. Water Res., **5**, 765－776.
12) Palmer, M.D. (1973) : Some kinetic energy spectra in a nearshore region of Lake Ontario. J. Geophys. Res., **78**, 3585－3595.
13) Lemmin, U., J.T.Scott and U.H.Czapski (1974) : The developement from two-dimentional turbulence generated by breaking waves. J.Geophys. Res., **79**, 3442－3448.
14) Dillon, T.M. and T.M.Powell (1976) : Low-frequency turbulence spectra in the mixed layer of Lake Tahoe, California-Nevada. J.Geophys. Res., **81**, 6421－6427.
15) 今本博健・道上正規 (1978)：琵琶湖南湖における拡散特性. 土木学会第25回海岸工学講演会論文集, 566－570.
16) 大久保明 (1970)：海洋物理Ｉ　第III編　海洋乱流・拡散. 東海大学出版会, 310－311.
17) Webster, F. (1969) : Turbulence Spectra in the ocean. Deep Sea Res., **16**, 357－368.
18) 寺本俊彦 (1976)：海洋物理学III　海洋潮汐. 東京大学出版会, 81－87.
19) 細見正明・福島武彦 (1979)：水の華形成期におけるMicrocystisの動態. 土木学会年次講演会講演集第II部, 395－396.
20) 玉井信行 (1976)：水域における混合問題への水理学的アプローチ (III). 水利科学, **108**, 60－87.
21) 日野幹雄 (1974)：流体力学. 朝倉書店, 248－250.
22) 速水頌一郎ほか (1956)：明石海峡による播磨灘と大阪湾との海水交流について. 土木学会第5回海岸工学講演会講演集, 49－54.
23) 余越正一郎 (1978)：河川乱流. 土木学会1977年水工学夏期研修会講演集, A－1, 1－12.
24) Parker, D.S. et al. (1972) : Tidal exchange at Golden Gate. Proc. ASCE Sanitary Eng. Div., **98**, 305－323.
25) 柏井誠 (1977)：潮汐による海水交換について. 日本海洋学会春季大会講演要旨集, 96－97.
26) 堀江毅ほか (1977)：水理模型実験による海水交換率の算定. 土木学会第24回海岸工学講演会論文集, 491－495.
27) 西村俊之ほか (1978)：伊勢湾水理模型実験と現地調査 (第3報). 土木学会第25回海岸工学講演会論文集, 480－484.

3．水理模型実験

3.1　はじめに

現地観測で得られる流れ，混合に関する情報は，2. に示したように局所的，瞬間的にものになりやすい。これに対して水理模型実験は湖水理現象の基本的な形態を巨視的かつ微視的にとらえられる点で有力な武器となりうる。ここではまず1. に示した吹送流の基本流動パターンである鉛直・水平循環流の諸特性を水理実験により明らかにする。鉛直循環流については長方体の水槽，水平循環流については各種の基本底面地形をもつモデル湖において，実験的に流速分布，乱れ，エネルギー収支，混合などがもとめられ，理論との比較検討を行なう。鉛直循環流についてはエネルギーの収支，水平循環流については流れの構造を中心に考察を進める。

次に風洞付霞ヶ浦模型（水平縮尺1/8000，鉛直縮尺1/50）を用いて水理実験を行なった結果を報告する。吹送流のパターン，セイシュの特性，混合の形態など得られた特性に考察を加えるとともに，最後に現地調査の結果との比較を行ない，水理模型実験を現地での現象にどのようにスケールアップさせるかという問題つまり相似則の問題を扱う。潮流模型などは最近巨大なものが作られ，相似則の面でもいろいろな検討が進められているが，吹送流模型は数も少なく，相似則についての考察も不十分であった。ここでは吹送流の流れ，拡散現象に関して，理論的検討，現地観測，基本水理実験の結果をふまえた上で，相似則の提案を行なう。

3.2　吹送流の鉛直循環流に関する実験

3.2.1　実験方法

吹送方向に直角に水深変化がなく，コリオリ力の影響が無視しうるほど鉛直エクマン数が大きければ，流れは横断方向に均一となり吹送方向の鉛直断面でのみ変化することは1.2.2に書いた。吹送流の鉛直循環に関する，現在までに報告されている水理実験としては1. にも記したが次のようなものがあげられる。Keulegan[1]は長さ約20m，水深4～11.5cmの風洞付水槽を用いて水面勾配，表面流速に関する実験を行なった。Bainesら[2]は長さ約9m，水深30cmの水槽で吹送流分布をもとめた。Plate[3]は表面流速を測定するとともに，始終端の影響を論じた。Wu[4][5]は長さ22m，水深1.55mなどの水路を用いて，波の特性，吹送流の鉛直分布特性などを測定した。Shemdin[6]，加藤[7]らも表面付近の流速分布形を詳細に計測した。

ここでは直方体の水槽において吹送流の鉛直循環流を生じさせ，鉛直分布などを以上の実験報告と比較することともに，乱流特性及び定常，非定常時におけるエネルギー収支を明らかにすることを目的とした。実験には図3－1(高さ20cmの例)に示すような高さ10cm，20cm，長さ，幅はともに3.8m，40cmの2個の木製水路を用いた。これを3.4で示す風洞中に設置し，6.67，4.43，

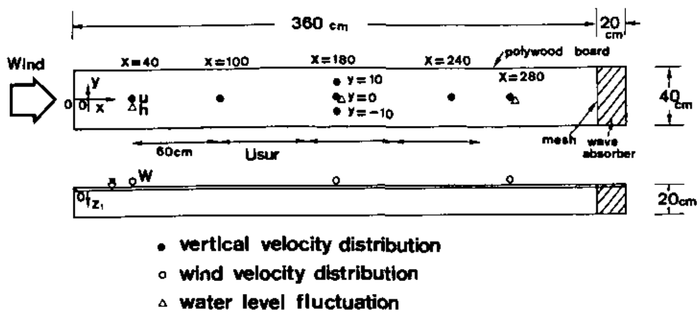


図　3−1　鉛直循環流実験−実験水槽及び測定項目

Fig. 3−1　Sketch of channel used in experiments for observation of vertical circulation

3.13m/s（始端部風速）の３種の風で実験を行なった。水路終端20cmには消波のためウレタンをつめた。水深は波が若干生じるため，高さ10cmの水路では8.8cm，高さ20cmの水路では18.8cmで行なった。つまり風速３通り，水深２通り，計６通りの実験条件のもとで以下のものを計測した。以後風速6.67m/s−Ⅰ，4.43m/s−Ⅱ，3.13m/s−Ⅲとし，水深8.8cm−A，水深18.8cm−Bと呼ぶことにする。またx, y, zの座標は図3−1に示す。

まず図３−１中○印の鉛直断面でホットフィルムを用いて風速を計測した。次に●印の７点で超音波流速計により流速を測定した。水深方向にはAで17点，Bで24点程度の計測を行ない，その結果はサンプリング周波数200Hzでディジタルレコーダーに録音した。2.3.3.に書いた方法でデータの補正を行ない，すべての統計処理は４個のデータの平均をとることにより50Hzのサンプリング周波数になおしたものに対して行なった。また表面流速はパンチクズ，及び比重を1.0より若干小さく調整した液体粒子をさび止め塗料で着色したトレーサーを水面に浮かべ，水路の４領域それぞれ60cmの区間を走る時間を各Runごと20回以上計測して，その平均として算出した。波高は△印の位置で抵抗線式水位計を用いて測定し，サンプリング間隔等は流速と同じである。波長，波速は目視により計測した。

3.2.2　風のせん断力，波の特性，表面流速

風のせん断力は水路上３箇所での風速の鉛直分布に式（1.1.5）をあてはめ，u_{*a}，z_0をまとめこれよりτ_{wind}を計算した。３箇所でのu_{*a}の値は1.5倍程度の範囲でばらついたが，相加平均をとり各Runの代表値とした。表３−１にu_{*a}，τ_{wind}，u_*，z_a，粗度レイノルズ数Re_z（$=u_{*a}z_a/\nu_a$），C_fを示す（$\rho_a=1.21\times10^{-3}$ g/cm^3，$\nu_a=0.145$dyne/cm^2，15℃）。同じ風速でτ_{wind}の大きさがA，Bにより異なるのは，木製水路を風洞中に設置することにより若干風洞中の風分布が変化したためである。1.1.3に書いたRe_zによる粗滑面の判定条件から，Ⅰでは粗面，Ⅱ，Ⅲでは遷移領域にあることがわかる。C_fの値が風速の増加とともに大きくなる傾向は式（1.1.10）の形と一致し，大

表　3－1　鉛直循環流実験－風の条件，表面流速

Table 3－1　Conditions of wind, surface drift current－experiments for observation of vertical circulation

Wind Type	h	u_{*a} (cm/s)	τ_{wind} (dyne/cm²)	u_* (cm/s)	z_a (cm)	$Re_z = \frac{u_{*a}z_a}{\nu_a}$	C_f	u_{sur} (cm/s)	u_{sur}/W (%)	u_{sur}/u_{*a}
I (6.67m/s)	A (8.8cm)	25.8	0.79	0.89	2.2	391	1.46×10^{-3}	19.7	3.0	0.76
	B (18.8cm)	21.5	0.56	0.75	0.78	116	1.04×10^{-3}	18.8	2.8	0.87
II (4.33m/s)	A	13.9	0.23	0.48	0.17	16.3	1.03×10^{-3}	11.5	2.7	0.83
	B	10.4	0.13	0.36	0.059	4.2	5.77×10^{-4}	12.6	2.9	1.21
III (3.13m/s)	A	10.5	0.13	0.37	0.64	46.3	1.12×10^{-3}	10.2	3.3	0.97
	B	7.3	0.064	0.25	0.063	3.1	5.40×10^{-4}	8.8	2.8	1.21

きさ1.0×10^{-3}程度と従来の報告と大差ない。

次に波の特性を表3－2に示す。波の振幅の大きさ$\overline{a_0}$は$\sqrt{2\overline{\zeta'^2}}$より計算した。波の周波数$f_r$は水位変動のスペクトルよりもとめた。波速$c_0$及び波長$\lambda$は目視のため精度はよくないが，どのRunでも$h/\lambda>1/2$であり，$\lambda\approx10$cm程度であるので重力波の深水波であることがわかる。分散関係はほぼ満足している。II，IIIでは極めて波が小さいことがはっきりとわかる。風を停止した時に生じるセイシュはA－0.14Hz，B－0.17Hzの周波数となり式(1.4.3)による値とよく一致した。

表　3－2　鉛直循環流実験－波の特性

Table 3－2　Characteristics of waves－experiments for observation of vertical circulation

Wind Type	h	$\overline{a_0}$ (cm)			x=180cm			
W (m/s)	(cm)	x=40cm	x=180cm	x=320cm	f_r (Hz)	c_0 (cm/s)	λ目視(cm)	$\lambda=Tc_0$
6.67	8.8	0.110	0.164	0.305	4.2	37.5	10	8.9
	18.8	0.124	0.124	0.192	2.4	31.9	13.3	13.3
4.33	8.8	0.093	0.095	0.117	2.8	26.7	5	11.5
	18.8	0.099	0.096	0.100	2.2	25.4	7.5	9.5
3.13	8.8	0.038	0.042	0.033	2.8	23.2	6.7	8.3
	18.8	0.059	0.049	0.051	2.6	21.1	10	8.1

次に表面流速はx=70，130，190，250cmの両側30cmつまり60cmの区間で測定したが，I，IIではx=70cmで他の3地点に比べ2割程度表面流速が小さく，IIIではx=250cm以降で滞留域となった。液体粒子トレーサーの場合粒径はきわめて小さく作ったが水面下に若干沈むため，紙パッチトレーサーの結果に比べて2，3割小さい値が得られた。表3－1に紙パッチによるx=190cmにおける表面流速u_{sur}を各Runごとに示す。u_{sur}/u_{*a}で整理すると風速によらず0.55程度になることをWuは各研究者のデータをまとめる形で報告しているが[5]，この値に比べると今回の実験値は

若干大きくなっている。

3.2.3 流速分布，乱流特性

(1) 水路始端，終端の影響

図3−2にはRun Ⅰ−Bにおける，主流u及びその乱れ速度$\sqrt{\overline{u'^2}}$の鉛直分布のx方向への変化を示す。uの大きさは$x=40$, 300cmでかなり小さくなっていて，かえって$\sqrt{\overline{u'^2}}$のほうが変化率

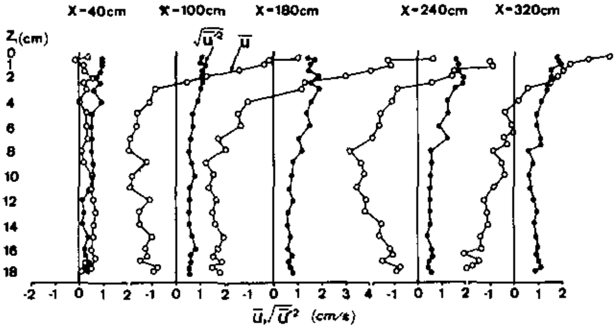


図 3−2 鉛直循環流実験 $\bar{u}$, $\sqrt{\overline{u'^2}}$ の鉛直分布の吹送方向変化（Run Ⅰ−B）

Fig. 3−2 Longitudinal change in vertical distribution of mean velocity $\bar{u}$, and intensity of flow fluctuations $\sqrt{\overline{u'^2}}$

は少ない。このような分布形を示すことには，始端付近では風による水中での境界層の発達の程度が影響しているだろうし，終端では主流と逆流の間に介在する圧力，粘性が問題となっていると思われる。風からのせん断力による水中での境界層の発達に関しては Plate[3] が境界層方程式に対して，いくつかの近似を行なうことにより解をもとめている。境界層中で一定の渦動粘性係数K_z'を仮定することにより得られる層流境界層での表面流速 u_{sur} と境界層厚δの吹送方向の変化は式 (3.2.1) で，境界層中の渦動粘性 K_z'' を $ku_{sur}\delta$ (kは定数) と表現する凝似乱流的仮定を用いた場合のu, δ_tの変化は式 (3.2.2) で与えられる。すなわち，

$$\left.\begin{aligned}\frac{u_{sur}(x)}{u_{*a}}&=1.134\left(\frac{\rho_a}{\rho}\right)^{2/3}\left(\frac{u_{*a}x}{K_z}\right)^{1/3}\\ \delta(x)&=7.13\left(\frac{\rho_a C_f}{\rho}\right)^{-1/3}x^{1/3}W^{-2/3}K_z'^{2/3}\end{aligned}\right\}\tag{3.2.1}$$

$$\left.\begin{aligned}u_{sur}(x)&=\sqrt{4.21\left(\frac{\rho_a C_f}{\rho}\right)/k}=\text{const.}\\ \delta_t(x)&=1.7kx\ (u/u_{sur}\approx 0.1,\ \text{at}\ \delta_t)\end{aligned}\right\}\tag{3.2.2}$$

Plateは実験により u_{sur} のx方向変化を得て，式 (3.2.1) (3.2.2) との比較を行なっている。しかしながら式 (3.2.1) (3.2.2) を用いて全水深にわたり境界層が発達する始端からの距離を算定することは，境界層方程式の基本仮定 $h\gg\delta$ を満たさないし，また層流から乱流への遷移に関

する条件も求められていないため不可能と考えられる。この実験では3.2.2.に記したように u_{sur} が $x=130$cm以降で一定となること及び図3−2と見ると $x=100$～260cmの間で流速分布の変化がほとんどないことを考慮すれば，この区間では始終端の影響が少ないと推定できる。以後の議論はこのように境界層が全水深をおおう区間を対象にして行なうことにする。

(2) 水路中央での流速分布

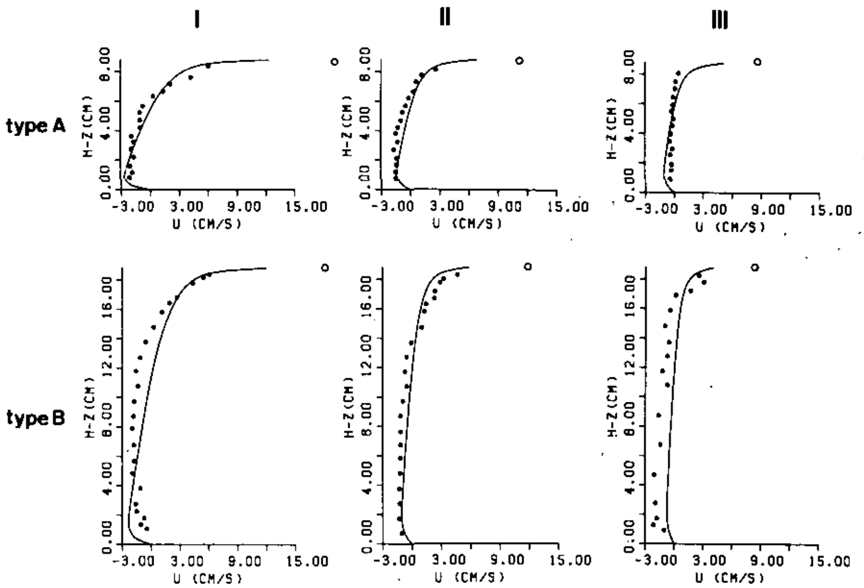


図 3−3 鉛直循環流流速分布−実験結果と数値計算結果（曲線）

Fig. 3−3 Experimental results and numerical calculation results(curve) for mean velocity $\overline{u}$

図3−3には $x=180$cmの断面で得られた u の鉛直分布を各Runごとに示す。個々のデータは $y=-10$, 0, 10cmの測定値の平均である。流れは乱流となっているため式（1.2.13）の放物型と異なる分布形をしている。図中の実線は混合長を仮定したときに数値計算によって得られる乱流型流速分布である。方式は（4）で述べる。この図を見ると主流，逆流の流量はほぼ釣り合っている。また逆流の最大流速はAで水深5～8cm，Bで16cm程度であるので h の値は0.18～0.35である。

図3−4にⅠ，Ⅱの風に対する水表面付近の流速分布を片対数プロットしたものを示す。直線に乗っているように見えるが，$z_1=0.5$cmあたりでは若干，上側にはずれている。この直線を次式にあてはめて，u'_*，z'_a，Re'_zをもとめた結果を表3−3に示す。

$$\frac{u_{sur}-u(z_1)}{u'_*}=\frac{1}{\kappa}\ln\frac{z_1}{z'_a}+8.5 \tag{3.2.3}$$

表3−1と比べて，u'_* は u_* より若干大きいことがわかり，運動量保存則から考えてもおかしい

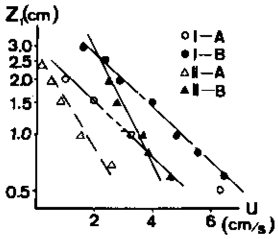


図　3−4　水表面近傍の吹送流流速分布
Fig.　3−4　vertical profile of wind driven currents near water surface

表　3−3　水表面付近の流速分布より得られる特性量
Table 3−3　Friction velocity u_*', roughness height z_0', Reynolds number Re_z', and correction facter C

Wind Type W(m/s)	h (cm)	u_*' (cm/s)	z_0' (cm)	$Re_z' = u_*' z_a'/\nu$	C
6.67	8.8	1.18	0.112	13.2	1.12
	18.8	1.18	0.278	32.8	1.12
4.33	8.8	0.69	0.102	7.0	1.32
	18.8	0.58	0.056	3.3	1.47

ことがわかる。ν/u_*'よりz_a'をもとめてみると，表3−3のz_a'に比べIでは1オーダー高く，IIではほぼ等しい。またRe_z'はRe_zに比べ小さく，遷移領域又は滑面であることが推定される。Wu, Shemdin, Dobroklonsky[8]加藤らも表面付近の流速分布が対数則で表わされることを実験的に得ているが，またWuは水中の境界層は空気中のものと比べ粗となりにくいことを指摘している[9]。$z_a = z_a'$と仮定すれば$Re_z/Re_z' \fallingdotseq (\nu/\nu_a)\sqrt{\rho/\rho_a} \fallingdotseq 2.0$となるためではないかと考えられる。風速の小さい場合には滑面の式の方が適当であろう。

$$\frac{u_{sur}-u(z_1)}{u_*'} = \frac{1}{\kappa}\ln\frac{z_1 u_*'}{\nu} + 5.5 \tag{3.2.4}$$

ところで式 (3.2.3) 又は式 (3.2.4) が成立するのは混合長を式 (1.2.20) で$B=1$とおいた時に対応している。水表面付近で流速の勾配が対数則より急となること，及び$u_* < u_*'$となる理由には測定誤差も関係しているだろうが$B<1.0$の可能性も十分考えられる。つまりVan Driestの提案した式 (1.2.19) の形の補正項を考えると，$B=1$に比べてdu/dzの大きさの変化Cは次式で表わされる。

$$C_{(z=z_1)}=\frac{\sqrt{\tau_{wind}\left(1-\frac{(1+n)}{h}z_1\right)}}{\left(1-\frac{z_1}{h}\right)\left\{1-\exp\left(-\frac{1}{A}\frac{z_1u_*}{\nu}\right)\right\}} \tag{3.2.5}$$

Van DriestはAに26.0, Uedaは開水路の表面流速分布を用いて30.4という値を得ている[10]。$n=0.1$, $A=30.4$として$z_1=1\text{cm}$におけるCの値を表3−3に示す。相当大きな効果を有することがわかり，またこの傾向は$z_1\to0$にしたがい大きくなるので，水表面付近での流速勾配が急となる現象や，式 (3.2.3) で算定したu_*'がu_*に比べ大きくなってしまうことをうまく説明する。

（3） 流速のスペクトル

次に流れの乱流特性を考えてみよう。図3−5にはI−Bの場合の$x=180\text{cm}$における，主流流速のエネルギースペクトルの鉛直方向変化を示す（FFT法，ハニング3回)。横方向の流れ成分のスペクトルもここでは示さないが主流成分とほぼ同じ傾向であり，水平的には等方性が成立しているものと考えられる。超音波流速計のセンサー間隔は2.で述べたように55mmであるので，

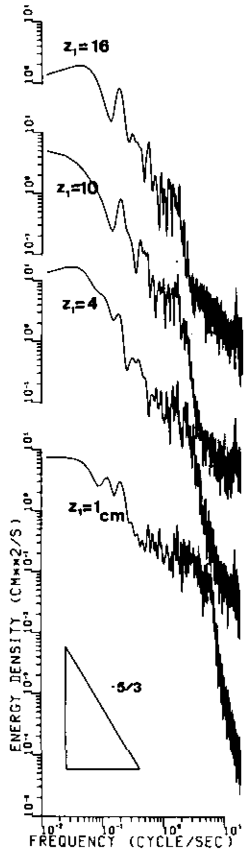


図　3−5　流速変動のエネルギースペルトルの鉛直変化

Fig.　3−5　Vertical change in energy spectra of flow fluctuations

このスケールで平均した乱流現象を見ているわけである。周波数で考えると凍結乱流の仮定より0.2~0.5Hz以上の高周波側は信頼性が険しい。このため同じ流れ（平均流速約5cm/s）に対して同一地点でホットフィルム流速計との比較を行なったものが図3－6である。この図を見る限りにおいては高周波側でも違いは少なく，少なくとも1Hz以下の低周波成分についてはスペクトルの信頼性はあると判断できる。

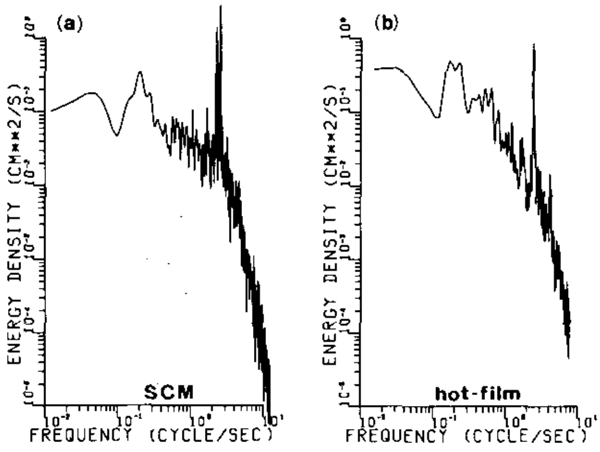


図　3－6　流速変動のエネルギースペクトル－超音波流速計(a) と熱線流速計(b) の比較

Fig.　3－6　Comparison of energy spectra (a)－from supersonic current meter (b)－from hot film flow meter

図3－5を見ると，どの水深でも2~5Hz以下の低周波側で－5/3乗の慣性域が見られる。エネルギー逸散率の大きさは後で示すように，Iの上層では$0.2 cm^2/s^3$程度であるので式（2.3.3）より$u_{abs} \approx 3 cm/s$とすると$f_c \approx 10 Hz$となる。II，IIIにおいても慣性域が観察される最大周波数はf_cかf_cより若干小さい周波数までである。水深が浅い領域では－5/3乗域の高周波側に波のピークがあり，それ以上の高周波側に－6~－7乗の急激な減少が見られる。この領域が粘性域に対応しているのかはセンサー間隔によるフィルター効果もあり，判断を下せない。また下層にいくに従がいスペクトルの強度は下がり，波のピークはなくなる。

次にこのスペクトルを用いて式（2.3.2）で計算されたエネルギー逸散率と$\sqrt{\overline{u'^2}}$の鉛直分布を図3－7 a, bに示す。εの大きさが表層より若干下で最大となり，下層で小さくなるのは現地調査結果と同じである。また$\sqrt{\overline{u'^2}}$は上層で下層の約2倍である。

（4） 数値計算結果との比較

式（1.2.21）に式（1.2.19）（1.2.20）を用いて解いて得られた流速分布を図3－3の実線で示す。式（1.2.19）中のAとしては水表面では$A_s = 30.4$，底面では$A_b = 26.0$を用いた。実験値とわりとよい一致を示すが，逆流の最大となる水深が異なっているケースもある。混合長の仮定

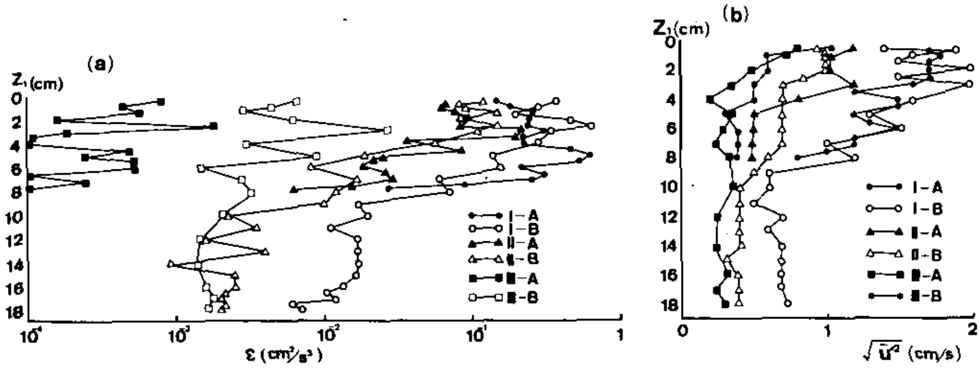


図　3−7　エネルギー逸散率(a)と乱れ速度(b)の鉛直分布特性

Fig.　3−7　Vertical change (a) energy dissipation rate ε, (b) intensity of flow fluctuations $\sqrt{\overline{u'^2}}$

より$\sqrt{\overline{u'^2}}$，K_zは次式よりもとまる。

$$\sqrt{\overline{u'^2}} \approx l\left|\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z}\right| \tag{3.2.6}$$

$$K_z = l^2\left|\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}z}\right| \tag{3.2.7}$$

図3−8には，I−Bの条件に対する数値計算により得られたu，l, $\sqrt{\overline{u'^2}}$, K_z,の鉛直分布を示す。$\sqrt{\overline{u'^2}}$の値は実験値と比べ0.5〜1倍とわりとよい大きさをもつが，分布形は下層で若干異なる。表3−4に各Runに対し数値計算で得られたn, $\overline{K_z}$，鉛直流速分布により生ずる分散の大きさD_xの値を示すとともに，$\overline{K_z}$については式 (1.2.24)，D_xについては式 (2.6.7) で予測される数値も示す。nの値は実験値0.18〜0.35に比べ若干小さい。$\overline{K_z} \fallingdotseq \overline{K_z'}$となることは当然であるが，$D_x$は$D_x'$の約2倍でこの比率は水深の増加により大きくなることが予想される。

表　3−4　数値計算より得られるn, $\overline{K_z}$, D_x

Table　3−4　Values of n, $\overline{K_z}$, D_x obtained by numerical calculation in the aid of mixing length theory

Wind Type W(m/s)	h (cm)	n	$\overline{K_z}$ (cm²/s)	D_x (cm²/s)	$\overline{K_z'}$ $=0.043u_*h$	D_x' $=7.49u_*h$
6.67	8.8	0.10	0.33	107	0.34	59
	18.8	0.08	0.70	257	0.61	106
4.43	8.8	0.13	0.17	61	0.18	32
	18.8	0.11	0.27	105	0.29	51
3.13	8.8	0.15	0.12	49	0.14	24
	18.8	0.13	0.19	76	0.20	35

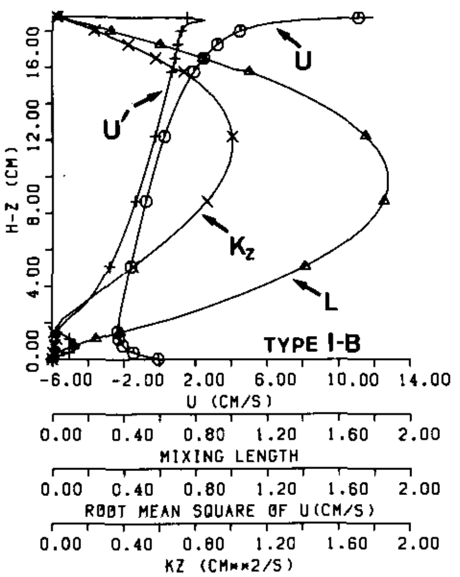


図　3−8　$\overline{u}$, l, $\sqrt{\overline{u'^2}}$ K_z の鉛直分布に関する数値計算予測

Fig.　3−8　Numerical calculation of $\overline{u}$, l, $\sqrt{\overline{u'^2}}$ and K_z in the aid of mixing length theory

この数値計算法の A_s の値による変化の度合は次のようである。中層付近の分布形はほとんど変化しないが，u_{sur} などに大きく影響する。例えばI−Bで u_{sur} の値は $A_s=50$の時に14.5cm/s, $A_s=30.4$で12.4cm/s, $A_s=10.0$で10.2cm/s, $A_s=0$つまりB=1の場合には9.6cm/sと大きく変化する。ちなみに分子粘性係数 ν の影響は $A_s=30.4$, $\nu=0.005\text{cm}^2/\text{s}$ で $u_{sur}=13.1$cm/sとそれほど大きくない。u_{sur}の大きさだけから判断すれば，実験結果を満足する A_sの値は50以上となる。式(1.2.21) を解く場合にはAの値が重要であることがわかる。

次に u_{sur}, nなどを $Re=u_*h/\nu$ で整理してみよう。式 (1.2.21) は境界面付近で分子粘性の影響が強く出るため，水深を h で，流速を u_* で無次元化表示してその関係をもとめるなどということは不可能である。つまり既報[11]に示したように u_{sur}, n の値はhによっても若干ながら変化する。図3−9(a)には横軸に Re をとり，縦軸にこの数値結算結果（$A_s=30.4$)，実験結果，層流のときの理論値，Keulegan, Wuなどの実験結果などによる u_{sur} をプロットしたものである。図3−9(b)には h の変化を模式的に示す。式(1.2.21)による u_{sur} の予測が相当大きい R_e 数まで可能であることがわかる。

3.2.4　エネルギー収支

ここまで得られた実験結果をもとに定常時のエネルギー収支を調べてみた。その結果を各Runごとに表3−5に示す。1，2欄の E_u', $E_{u'}'$ はそれぞれ単位面積当りの主流の平均流，乱流成分のエネルギーであり，1.にも記したが再掲すれば次式で表わせる。

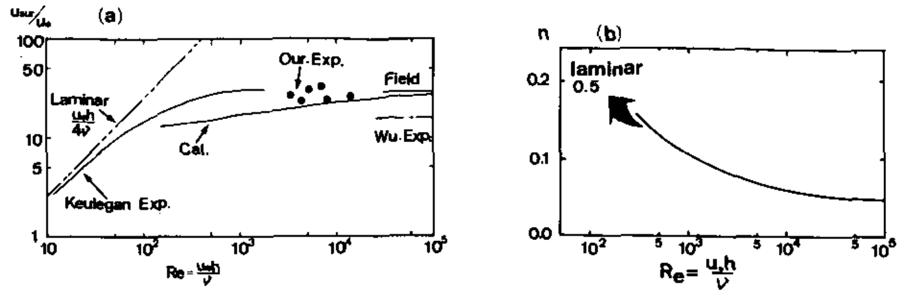


図　3−9 (a) u_{sur} の $Re\,(=u_*h/\nu)$ による変化 (b) n の Re による変化

Fig. 3−9 (a) Variation of surface velocity u_{sur}, with Reynolds number Re (u_*h/ν), (b) Variation of n with Reynolds number

表　3−5 鉛直循環流実験−力学的エネルギー収支

Table 3−5 Kinetic energy balance in steady state−experiments for observation of vertical circulation

Wind Type	h	E'_u	$E'_{u'}$	E_{wind}	E_{tur}	E_{dirs}	E_{dirb}	E_{we}	E_{total}
W(m/s)	(cm)	(g/s²)		(g/s³)					
6.67	8.8	93.7	15.9	15.2	2.29	8.54	0.265	2.67	13.8
	18.8	134.2	22.5	10.7	1.55	4.94	0.153	0.90	7.54
4.43	8.8	39.0	5.4	2.65	0.419	1.34	0.042	0.28	2.08
	18.8	75.2	7.3	1.52	0.337	0.56	0.017	0.19	1.10
3.13	8.8	32.0	0.5	1.25	0.0082	0.58	0.018	0.019	0.63
	18.8	43.6	2.8	0.50	0.032	0.19	0.006	0.042	0.27

$$\left.\begin{aligned} E'_u &= \frac{1}{2}\rho\int_{-h}^{o}u^2(z)\,dz \\ E'_{u'} &= \frac{1}{2}\rho\int_{-h}^{o}u'^2(z)\,dz \end{aligned}\right\} \qquad (3.2.8)$$

E'_u には $u(z)$ の表層付近での値が大きく効くので，$u(\delta_s)=u_{sur}-5u_*\,(\delta_s=5\nu/u_*)$ 及び式 (3.2.4) を用いて表層部の u 分布を詳しく予測してから E'_u の計算を行なった。3欄の E_{wind} は

$$E_{wind}=\tau_{wind}\cdot u_{sur} \qquad (3.2.9)$$

よりもとめた。4欄の E_{tur} は ε の鉛直分布を全水深にわたり積分してもとめた。5, 6欄の E_{dirs}, E_{dirb} は直接散逸によるエネルギー逸散量であり，実験結果からもとめられなかったので式 (1.5.18) より

$$\left.\begin{aligned} E_{dirs} &= \rho u_*^3 Re_* \\ E_{dirb} &= \rho u_{*b}^3 Re_* = \rho(0.32u_*)^3 Re_* \end{aligned}\right\} \qquad (3.2.10)$$

で $Re_*=11.6$ を用いて算出した。7欄の E_{we} は波を深水波として式 (1.5.20) より

$$E_{we}=\frac{1}{4}\rho g a_o^2(x=l)\,c_o/l \qquad (3.2.11)$$

で$l=320$cmとして計算した。最終欄のE_{total}は逸散の合計であり，

$$E_{total}=E_{tur}+E_{dirs}+E_{dirb}+E_{we} \tag{3.2.12}$$

より算出した。

この表より，E_{wind}とE_{total}がほぼ釣り合っていることがわかる。風速が弱まるほどE_{total}/E_{wind}は小さくなるが，場所的にはu_{sur}が非常に小さくなっていたことを考慮すれば，この傾向は説明できる。またE_{total}のうちではE_{dirs}が一番大きく，E_{tur}はそれほど大きくないことがわかる。風速，吹送距離の増大とともにE_{we}が急激に増加することを1.で示したがこの実験の場合には波の影響はまだ少ない。E_{tur}/E_{wind}は5～15%程度で現地観測で得られた数字とよく一致している。E_{dir}の大きいことは平板に沿う境界層でも観察されていて，$Re=70000$のとき平均流の全損失中60%近くが壁面層で粘性のために熱に転換されているという報告もある[12]。

3.2.5　非定常流れ

流れの静止状態から始めて，風を吹かせたときの流動の非定常変化，及び流れが定常状態に達しているときに風を停止して，その時の流動の変化を実験によりもとめた。各Runごとに$x=40$, 180, 300cmの$y=0$ cmの位置で，Aの場合には$z_1=1.0$, 4.5, 8.0cmの3水深で，Bの場合には$z_1=1.0$, 4.0, 10.0, 17.0cmの4水深において，各2回ごと，風の吹送開始，停止の実験を行なった。図3－10にその一例として$\overline{u}$, $\sqrt{\overline{u'^2}}$ の変化を示す（I－B, $x=180$cm, $z_1=1$cmの例，$\sqrt{\overline{u'^2}}$の評価時間は，5秒とした。)。流れの開始，停止後にはセイシュによる流れが観察できた。ここでは流れが定常状態に達するまでに要する時間や，停止後流れが静止するのにかかる時間を評価するために，時間$T_{1/e}$を定義してこれを実験データから読み取った。ここで$T_{1/e}$とは図3－10に示すように風スタートの場合には定常状態における定常流速，乱れの大きさの(1－1/e)倍の大きさになるまでの時間とし，風ストップの場合には逆にその1/eの大きさになるまでの時間とした。この時間は制御理論における過渡応答法の時定数を意味する。表3－6に$x=180$cmでの$T_{1/e}$の測定値を示す。他の地点での結果もあわせて，その特徴，傾向をまとめてみると次のようにな

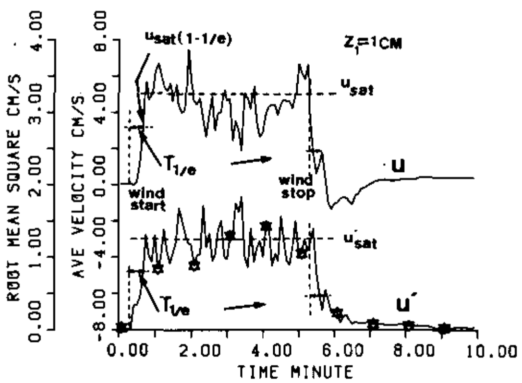


図　3－10　鉛直循環流実験－風の吹送開始，停止による$\overline{u}$, $\sqrt{\overline{u'^2}}$の変化

Fig.　3－10　Records of $\overline{u}$ and $\sqrt{\overline{u'^2}}$ for unsteady wind condition

る。（Tにつけた添字により，分類された条件における$T_{1/e}$の値を示すことにする。また$\sqrt{u'^2}$をここではu'と略す。）

（1） 風スタート時では$T_u > T_{u'}$, 風ストップ時で$T_{u'} > T_u$となり，エネルギーが乱れの方に伝達されやすいといえる。

表　3−6　各Runにおける$T_{1/e}$とT_c

Table 3−6 Values of $T_{1/e}$ and T_c—experiments for observation of vertical circulation

Type	z_1 (cm)	$T_{1/e}$(sec)					
		Ⅰ−A	Ⅱ−A	Ⅲ−A	Ⅰ−B	Ⅱ−B	Ⅲ−B
u_{start} $x=180$cm	1.0	14.7	15.1	15.4	18.7	31.9	34.0
	8.0(10.0)	13.0	25.0	24.4	42.4	57.1	45.1
	17.0	−	−	−	35.5	70.9	49.0
u_{stop} $x=180$cm	1.0	4.0	5.2	19.6	4.2	15.4	20.5
	8.0(10.0)	11.5	27.2	16.9	32.1	29.8	22.6
	17.0	−	−	−	32.2	33.1	28.9
u'_{start} $x=180$cm	1.0	15.6	19.0	36.1	17.5	28.6	23.5
	8.0(10.0)	13.6	7.9	8.5	3.7	5.8	3.4
	17.0	−	−	−	2.6	4.0	3.1
u'_{stop} $x=180$cm	1.0	11.2	14.8	28.0	9.5	15.4	17.8
	8.0(10.0)	15.4	28.9	25.0	27.9	18.1	46.0
	17.0	−	−	−	28.0	22.0	22.6
$T_{1/e}$（u_{start}平均）		13.9	20.1	19.1	32.2	53.3	42.7
$T_c=(E_u'+E_{u'}')/E_{wind}$		7.2	14.6	54.3	14.6	54.3	92.1

（2） 同一のRunにおいては，測定水深により$T_{z_1大} > T_{z_1小}$の傾向をもつ。またxによる違いは風スタート時において$T_{x=300} > T_{x=180} > T_{x=40}$。ただし下層では$T_{x=40} > T_{x=180}$となる。一般的には浅く吹送距離が短かい場所ほど早く定常に達する。

（3） 水深の影響はuに関して$T_{h=18.8} > T_{h=8.8}$となり，浅いほど早く定常に達する。

（4） 風速の大きさの影響はu, u'とも風ストップ時で風速が小さいほどTは大きい。またuでは風スタート時でもこの傾向がある。

（5） $T_{v'} > T_{u'}$であり，最初に主流uにエネルギー，運動量が伝達される。

（6） $T_{stop} > T_{start}$

ここで全水槽をひとつのボックスと考えて、定常状態にもっている全エネルギーに達するまで，E_{wind}のみによりエネルギーが供給されたときに逸散なしとして必要とされる時間T_cを次式から

もとめて，表3−6に示す。

$$T_c=\frac{(E_u'+E_u'')}{E_{wind}} \tag{3.2.13}$$

また全水深平均の$T_{1/e}$（風スタート時）をその上に示す。これを見ると両者が比例関係にあり，$T_{1/e}$ ≒ (0.5〜2) T_cであることがわかる。つまり定常状態に移行に要する時間はエネルギーのつりあいを考えることでもとめられるのではないかと考えられる。実際にはエネルギーの逸散が伴なうのでこれを含めた形で考察すべきであるが，その方程式は$F=\frac{1}{2}(\overline{u}^2+\overline{u'^2})$として，$\xi$を定数，$\gamma$を$F$の関数とすると，

$$\rho V\frac{dF}{dt}=\rho_a\xi AW^3-\rho\gamma(F)AF^{3/2} \tag{3.2.14}$$

の形で書くことができる。ここでVは全容積，Aは水塊の表面積である。$\gamma(F)$の関数形が不明であり，γ定数と仮定しても非線形方程式であるので解くことは不可能である。しかし定性的な関係としては先に述べたような方法により，ある程度定常への時間をもとめることができると考えられる。

3.3 吹送流の水平循環流に関する実験

3.3.1 実験方法

水深が浅い場合にはコリオリ力より底面摩擦力の占めるウェイトが大きくなり，水平循環流は底面地形と風の吹送方向により決定されることを1.で示した。ここでは4種類の基本的な底面地形をもつ，浅いモデル湖を用いて，風のせん断力を加えることにより生じる循環のパターンの特性を調べた。装置，測定方法の詳細は既報に譲る。[11]

3.3.2 水平循環流

実験結果の1例を図3−11に示す。モデル湖は吹送方向に直角には一様の断面形を有している。風の強さは水面上20cmで3.92m/sで摩擦応力は0.225dyne/cm²である。図中で上層では水面下1cm，下層は底面より0.8〜1.0cmの位置を意味する。図3−11を見ると，1.3.4で示したように浅い領域で順流つまり吹送方向への流れ，深い領域で逆流の水平循環が生じていることがわかる。図3−11中のA〜Lの点における鉛直流速分布を図3−12に示す。対象な位置にある二点の流速分布はほぼ等しいが若干異なるものもある。風の非一様性，地形の細かい違いなどが影響しているようである。一様水深のType−Ⅰの鉛直分布は3.2のⅡ−Aと水深が若干異なるだけである。分布形はほぼ等しいが，この結果の方が若干大きな流速を示している。この実験は流速をホットフィルムを用いて計測したため，主流以外の流れの影響が寄与している可能性がある。

次に得られた循環流速の大きさを評価してみよう。$\partial h/\partial y$が連続である場合しか，式(1.3.17)を適用できないため，Type Ⅵの場合を考えてみることにする。Ⅰ，M点での水平循環流の大きさは鉛直平均で2〜3 cm/sであることがわかる。流れは乱流であったが，鉛直方向に均一の渦動粘

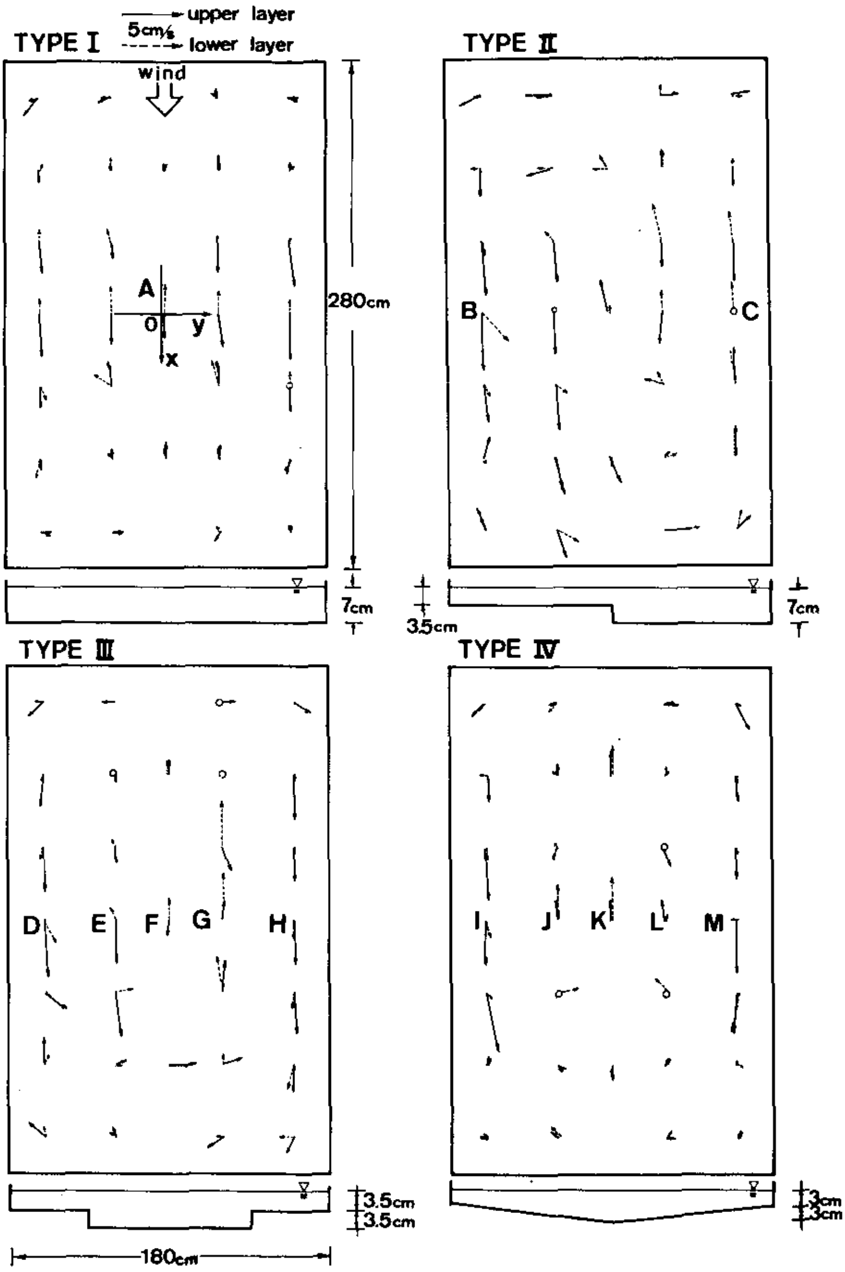


図　3−11　基本底面地形に生じる水平循環流
Fig.　3−11　Patterns of horizontal circulation in model basins

性係数$\overline{K_z}$を利用して得られる式（1.3.22）を用いることにする。循環の大きさは

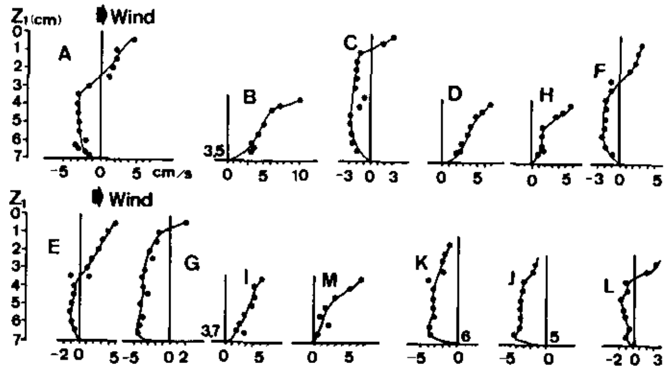


図　3−12　モデル湖における鉛直流速分布
Fig.　3−12　Vertical profiles of wind driven current in model basins

$$\nabla^2 \Psi=\frac{-\tau_{\mathrm{wind}}\,h}{2\overline{K_z}\rho}\ \frac{\partial h}{\partial y} \tag{3.3.1}$$

で与えられるので，外縁での循環流の大きさu_{rot}は次式の形で表わすことができる。

$$u_{\mathrm{rot}}=\frac{L}{2}\ \frac{\tau_{\mathrm{wind}}}{2\overline{K_z}\rho}\ \frac{\partial h}{\partial y} \tag{3.3.2}$$

この式にこの実験の条件，$\partial h/\partial y=3/90=0.033$，$L=90\mathrm{cm}$，$\overline{K_z}=0.043u_*\bar{h}$，$\bar{h}=4.5\mathrm{cm}$を代入すると$u_{\mathrm{rot}}=1.82\mathrm{cm/s}$が得られ，実測結果とよい一致を示す。式 (3.3.2) では$\overline{K_z}$の推定の正確さがu_{rot}の推定精度を決定してしまうので，その見積もり方法が重要な問題となる。$\overline{K_z}=0.043\,u_*\overline{h}$は2. で述べたように現地における信頼性もあるため，第1次近似としては適当ではないかと考えられる。

3.3.3　水平拡散係数

湖内代表点での水平方向の渦動拡散係数を，染料をのり付けした燭台を水中に置き，その溶け出しを連続撮影することによりもとめた。染料の溶け出し方には図3−13に示すような乱流型(a)と層流的なゆらぎ(b)が存在していたので，それぞれによる拡散係数をK_{H1}，K_{H2}としてもとめた。K_{H}は流れ方向への分散の変化により次のように表わすことができる。

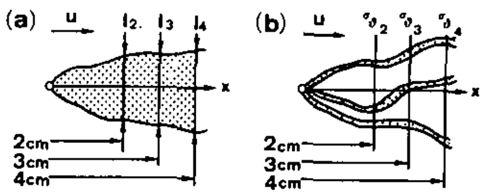


図　3−13　染料の溶け出し方−(a)乱流型，(b)-q 層流的ゆらぎ
Fig.　3−13　Types of horizontal diffusion (a)-turbulent (b)-quasi-laminar

$$K_{\mathrm{H}}=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\overline{\sigma_y^2}}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}u\frac{\partial\overline{\sigma_y^2}}{\partial x} \tag{3.3.3}$$

乱流型の場合，分散$\overline{\sigma_y^2}$は染料のy軸に関する濃度分布をガウス型として，写真上で区別の可能な境界（$y=l_s$）の濃度値を中央（$y=0$）での値の5％であるとすると，次式が得られる。

$$\sigma_{y1}=l_s\times 0.408 \tag{3.3.4}$$

また層流的なゆらぎの場合，中心軸よりのずれ角度θの分散σ_θを用いて，θがあまり大きくなければ

$$\sigma_{y2}=x\times\sigma_\theta\times 0.0176 \tag{3.3.5}$$

となる。これより式（3.3.3）を用いてK_{H1}，K_{H2}をもとめた。正規分布の分散はたたみこみにより線形和となるので，ある点での水平方向の拡散係数K_{H}はK_{H1}とK_{H2}の和となる。図３－11中で示した点のうち，対象な位置のものは１ヶ所のみとし合計９点で実験を行なった結果を表３－７に示す。表中で＊印はゆらぎ方が激しすぎて式（3.3.5）では分散がもとめられなかったものを示す。この表を見ると上層で大きく，下層で小さい値を示している。流れのゆるやかな下層で$K_{\mathrm{H2}}>K_{\mathrm{H1}}$，乱れの大きい上層で$K_{\mathrm{H1}}>K_{\mathrm{H2}}$であることもわかる。またType Ⅰの底面地形変化のない場合に比較して，Type Ⅱ～Ⅳでは1.5～５倍の値となっている。

表　３－７　水平拡散係数

Table 3－7　Horizontal diffusion coefficients in model basins

地点	上層			下層		
	K_{H1}(cm²/s)	K_{H2}(cm²/s)	K_{H}/u_*h	K_{H1}	K_{H2}	K_{H}/u_*h
A	1.04	0.09	0.34	－	0.48	0.14
B	4.40	0.84	3.2	2.87	0.04	1.80
C	0.86	＊	0.26	－	0.15	0.05
D	1.38	0.02	0.84	0.50	0.31	0.49
E	2.52	0.29	0.85	0.20	＊	0.06
F	1.58	＊	0.48	－	0.10	0.03
K	0.66	0.18	0.30	－	0.04	0.01
L	1.41	－	0.59	－	0.04	0.02
M	2.59	0.68	1.90	－	0.13	0.07

まずType ⅠのA点での結果を式（1.2.24）の$\overline{K_z}$と比較すると約3～8倍大きくなっている。水平拡散係数と鉛直粘性係数であるので直接は比較できないが，Elder[13]は開水路において，実験より$K_{\mathrm{H}}=0.23u_*h$，混合長を仮定した半理論値として$K_z=0.068u_*h$を得て，$K_{\mathrm{H}}\fallingdotseq 3K_z$を示して

いる。こうした違いは，開水路においても，吹送流においても鉛直方向には数倍程度，水平方向に比較して混合が抑えられている可能性を示していると考えられる。次に地形変化のある場合にK_Hが大きくなる理由には，水平循環流の加量による流速の増大に伴なう乱れの増加や，水平循環という新たな渦の形成による水平方向の渦径の増大などが考えられるが，これらに対しては実験的な裏付けもないため，現在の段階では不明としかいえない。

3.3.4　モデル湖での全体的混合

地形タイプの違いによってモデル湖に生じる混合形態の差違を実験的にもとめた。モデル湖中央にメチレンブルー溶液をしきっておき，これを瞬間点源として，湖内等分割16点での濃度の時間変化を光電式濁度計で連続測定するという混合の初期値問題を行なった。座標軸を図３－11に示すように選び，各点での測定値から染料塊の中心位置$(\bar{x}, \bar{y})$，分散(σ_x^2, σ_y^2)の時間変化を得た。その結果を図3－14(a)～(d)に示す。地形の違いによる混合形態の違いは次のようである。Type－Ⅰの場合には鉛直循環流によって上層の染料は下流に，下層は上流へと運ばれる。このため$\overline{\sigma_x^2}$は急激に増加する。このときの$\overline{\sigma_y^2}$の増加速度よりK_Hは約2.5cm²/sとなり，表３－７のＡ点での値とほぼ等しい。これを用いれば横方向に主流が存在せず拡散が支配的である場合には，全体の混合時間は$T \propto L^2/K_H$（L，横方向スケール）で表わすことができる。これに対してType－Ⅱの場合には水平循環流が生じていて，このため染料塊はこれに乗って移動し混合する。このため一周に要する時間程度で全域が混合してしまう。つまりTは$T \propto L/u_{rot}$の形で表わされる。この場合u_{rot}を２cm/sとすれば$T \fallingdotseq 5$分となり，図３－14(c)，(d)でσ_x^2，σ_y^2が平衡に達する時間とほぼ等しい。この表示法は$D_x \propto u_{rot}\ L$とした循環による分散係数の表現により導かれるものと一致する。Type－Ⅲの場合にはType－Ⅰとは逆に$\overline{\sigma_y^2}$の増加は速いが，$\overline{\sigma_x^2}$の増加は遅い。これはType－Ⅲの地形と関係していて，生じる双対の水平循環流がx方向の両端に及ばないため，この領域が死水域となったためである。

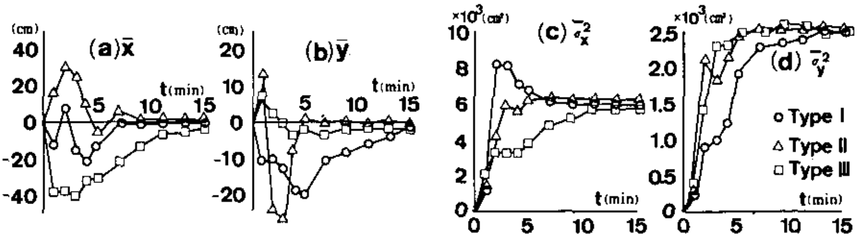


図　3－14　モデル湖における全体的混合(a)　x方向の平均位置，(b)　y方向の平均位置，(c)　x方向分散，(d)　y方向分散

Fig.　3－14　Mixing in model basins (a) mean position on x-axis, (b) mean position on y-axis, (c) variance on x-axis, (d) variance on y-axis

3.4 霞ヶ浦模型実験

3.4.1 実験方法

潮流模型には例が多いが，吹送流を目的とした模型実験は数少ない。風洞中に模型を設置しなければならないなどの基本準備がたいへんであり，大型模型を作成することが難しいことが第1の原因であるだろう。数少ない例としてLiらによるOntario湖模型がある[14]。水平1/100000，鉛直1/800の歪み模型で，彼らはこの装置を用いて主にセイシュと吹送流の水平分布に関する実験を行なうことにより，相似則について言及している。

ここでは図3－15に示すようなターンテーブル付風洞（吹出型）中に霞ヶ浦地形模型を設置し，風向・風速を変えてその時生じる吹送流，セイシュ及び流れに伴なう混合現象を実験的にもとめた。霞ヶ浦地形模型はベニヤ板を重ねて地形を模擬し，白色防水塗料でコーティングされている。特別の粗度付けは行なわなかった。1/8000，鉛直縮尺1/50であり，実スケール1km×1kmの水平メッシュと1mごとの等深線をしるしてある。霞ヶ浦は水平・鉛直比がきわめて大きいため，この程度の模型では歪み率を大きくとらないと，水表面，底面の影響が過大に評価されるものとなってしまう。

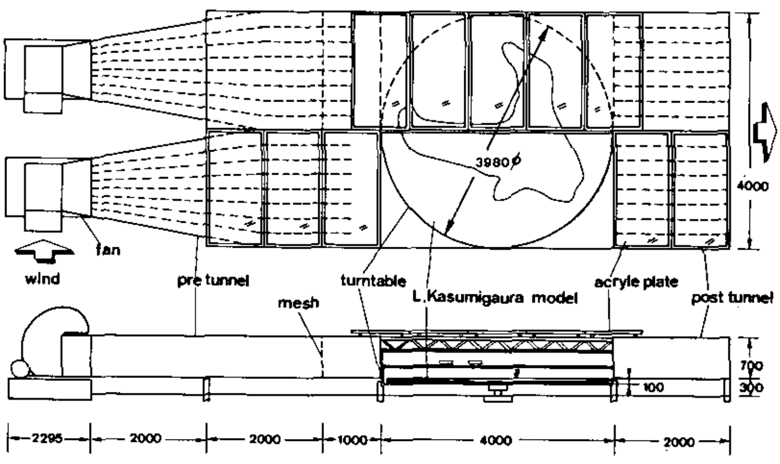


図　3－15　霞ヶ浦模型吹送流実験の装置
Fig.　3－15　Experimental apparatus for wind driven current in Kasumigaura hydraulic model

風向はターンテーブルの回転により，風速はダンパーの開閉により制御し，測定域への吹き出し平均風速を6.24，3.01m/sの二通りで行なった。以後それぞれをⅠ，Ⅱと呼ぶことにする。風のせん断力は湖上三地点（図3－16，I，J，K）での風速鉛直分布をホットフィルム風速計で測定することによりもとめた。生じた吹送流の定常的な流向・流速については以下のように測定した。①図3－17に示すような3種類のフロートを製作した。フロートの上端がちょうど水面に出るように底部になまりのおもりを接着した。上端から抵抗板中央までの長さは2.5，5.0，8.5cmであり，以後それぞれのフロートで測られた流向・流速を上，中，下層のものと呼ぶことにする。こ

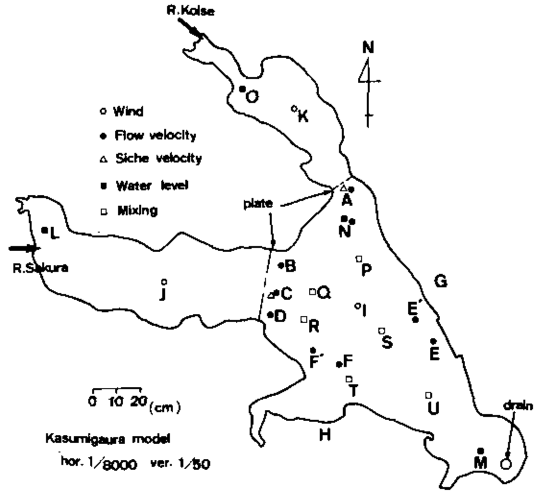


図　3－16　霞ヶ浦模型吹送流実験－測定項目

Fig.　3－16　Measuring positions and parameters in Kasumigaura hydraulic model

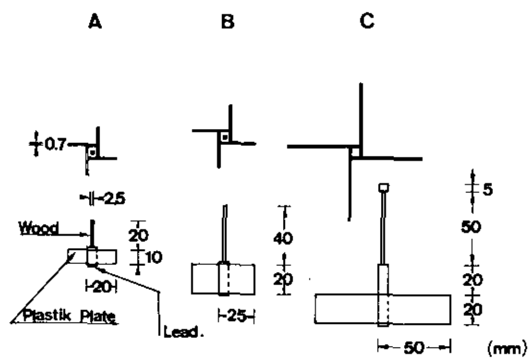


図　3－17　流速分布測定に用いたフロート

Fig.　3－17　Floats for observing wind driven current in Kasumigaura hydraulic model

のようなフロートを各種ごと約20個を模型水中に浮かべ，その移動を透明アクリル板のおおいの上から，数秒ごとに10枚以上連続写真撮影することにより，水平的な流動のパターンをとらえた。②湖内中代表点6か所（A～F）において超音波流速計により鉛直流速分布をもとめ，また乱流統計解析を行なった。記録方式，データ処理方式は3.2の長水槽実験と同じである。非定常つまり風スタート，ストップの実験には主に②の方法を用いた。次に水位変化つまり定常時の風波，非定常時のセイシュについては，代表的4か所(L, M, N, O)に抵抗線式水位計を設置して，その連続観測を行なった。最後に拡散混合の解析としては，Ｉ，Ⅱの風速，4風向，定常状態の条件のもとで，次の2種類の実験を行なった。①河川流入物質の拡散－メチレンブルー溶液を定量

ポンプにより河川流入口より注入して，湖水濃度の変化を連続的に写真撮影することにより，混合のパターンを観察した。②水域間の混合－高浜入・湖心，及び土浦入・湖心間にしきりをおき，それぞれ高浜入側，土浦入側にメチレンブルー溶液を満たしておいて，そのしきりをとりはずした後の湖心側6地点（P～V）での濃度変化を，採水により分光光度計を用いて測定した。以上実験方法を説明してきたが，混合問題の①を除き，河川による流入量は与えなかった。

3.4.2 風のせん断力，風波の特性

風洞中助走区間からの吹き出し風速を16のセクションごとに測定した。その平均は3.4.1 に述べたようにⅠ－6.24m/s, Ⅱ－3.01m/sであるが，その分散はⅠ－0.21m/s, Ⅱ－0.03m/sとほぼ一様な風とみなせる。Ⅰの場合に，N, E, S, Wの4風向のもとで3地点（I, J, K）での風速の鉛直分布をもとめた結果を図3－18に示す。吹き出し口では一様であっても，図3－15に示すように模型が風洞中に突き出した形をしているため，3点での風速分布は各風向により若干異なるものとなってしまった。しかしながら各水域でのせん断力はほぼ一様で，水平循環流の生成にあたっては風のcurlの影響は小さいと考えられる。4風向及び3地点の相加平均により，風の摩擦速度 u_{*a}，せん断力，風摩擦係数はⅠで17.9cm/s (N－18.2, E－19.5, S－17.1, W－17.1cm/s), 0.390dyne/cm^2, 8.0×10^{-4}, Ⅱの場合には8.51cm/s, 0.088dyne/cm^2, 8.0×10^{-4} であった。

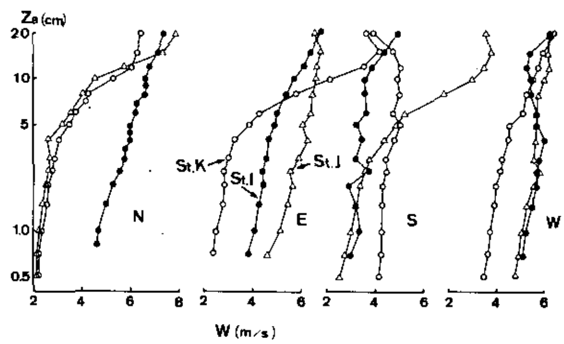


図　3－18　風速の鉛直分布特性
Fig.　3－18　Vertical profiles of wind velocity

次に風波の大きさは，Ⅰの場合の吹送距離最大の位置でも波高0.5cm以下であり，周期は場所により異なるが2.9～3.1Hz程度が代表値であった。

3.4.3 吹送流の流動特性

Ⅰ，Ⅱの風速に対し，8風向の上，中，下層の流況をフロートの写真撮影によりもとめた。図3－19(a)にⅠの4風向，三層の結果を，(b)にⅡの4風向，三層の結果をそれぞれ図示する。その特徴をまとめると次のようになる。

（1） 水平循環流及び上層で順流，下層で逆流の鉛直循環流が組み合わさった流れとなってい

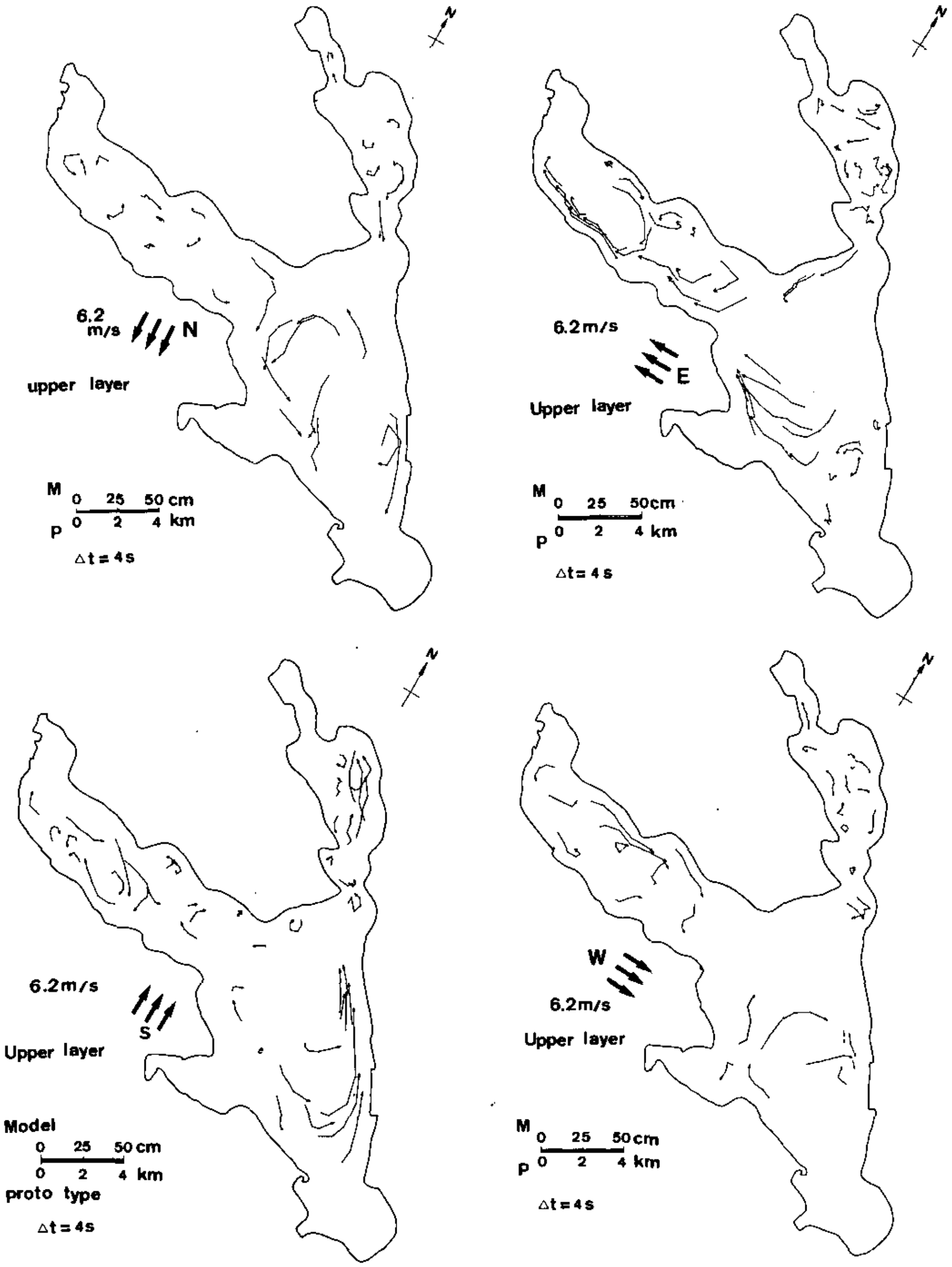


図　3−19　フロートによる流速分布測定結果 (a)　風速Ⅰ

Fig.　3−19　Flow patterns measured by floats in Kasumigaura hydraulic model (a)　$W=6.2$m/s

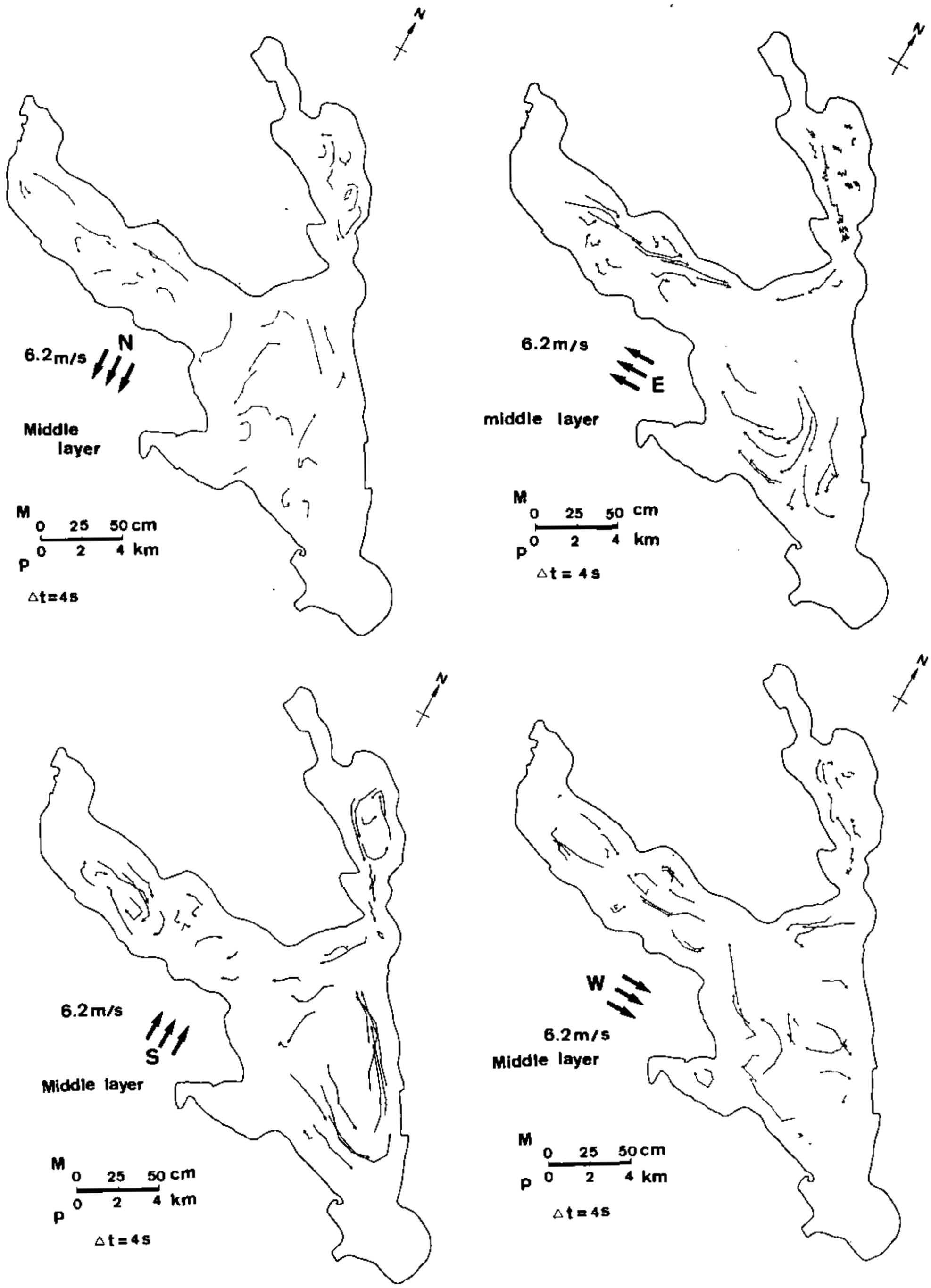


図　3−19 .(a)　風速Ⅰ（つづき）

Fig.　3−19 (a)　W=6.2m/s (Continued)

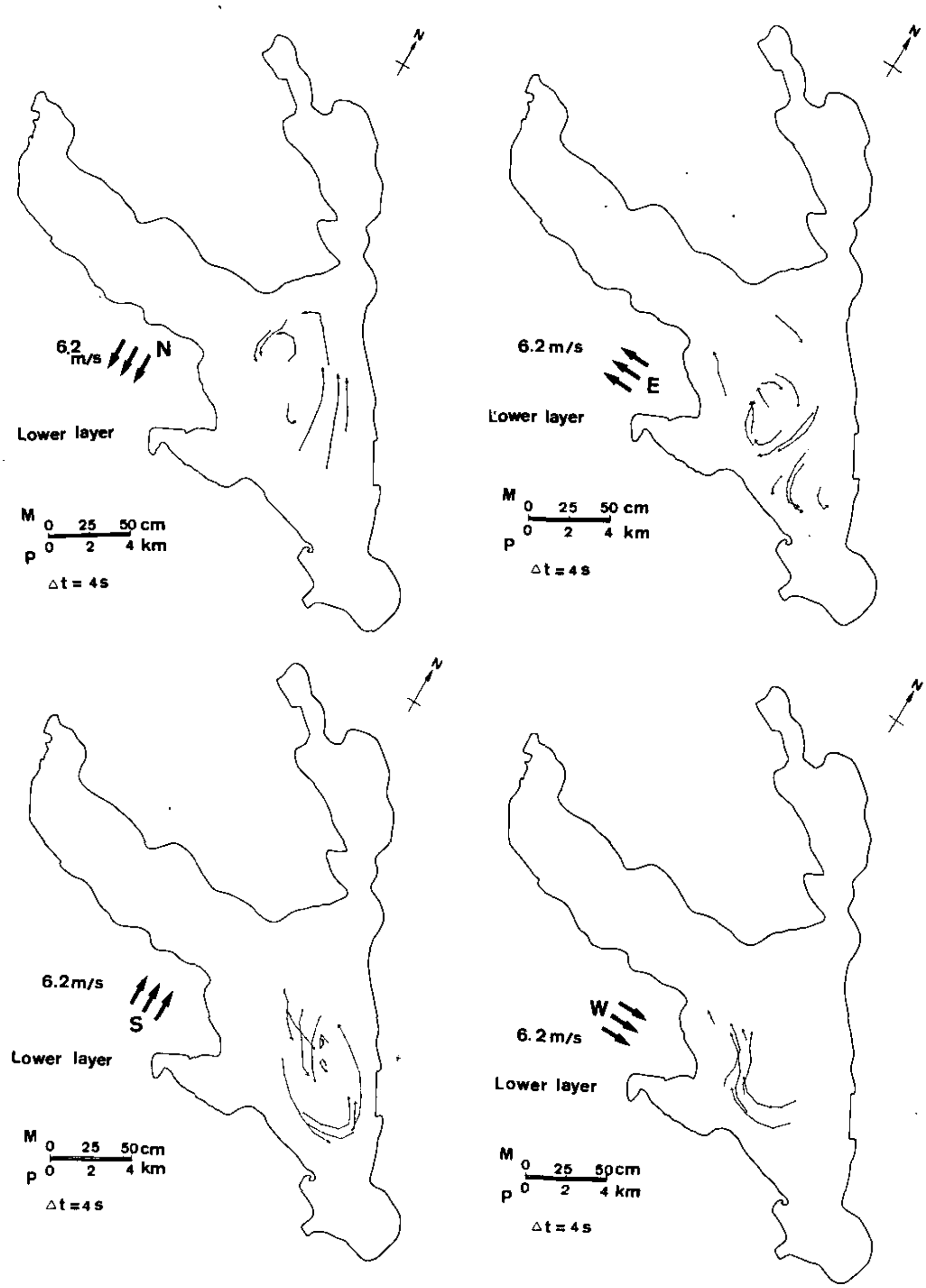


図 3−19 (a) 風速Ⅰ (つづき)

Fig. 3−19 (a) W=6.2m/s (Continued)

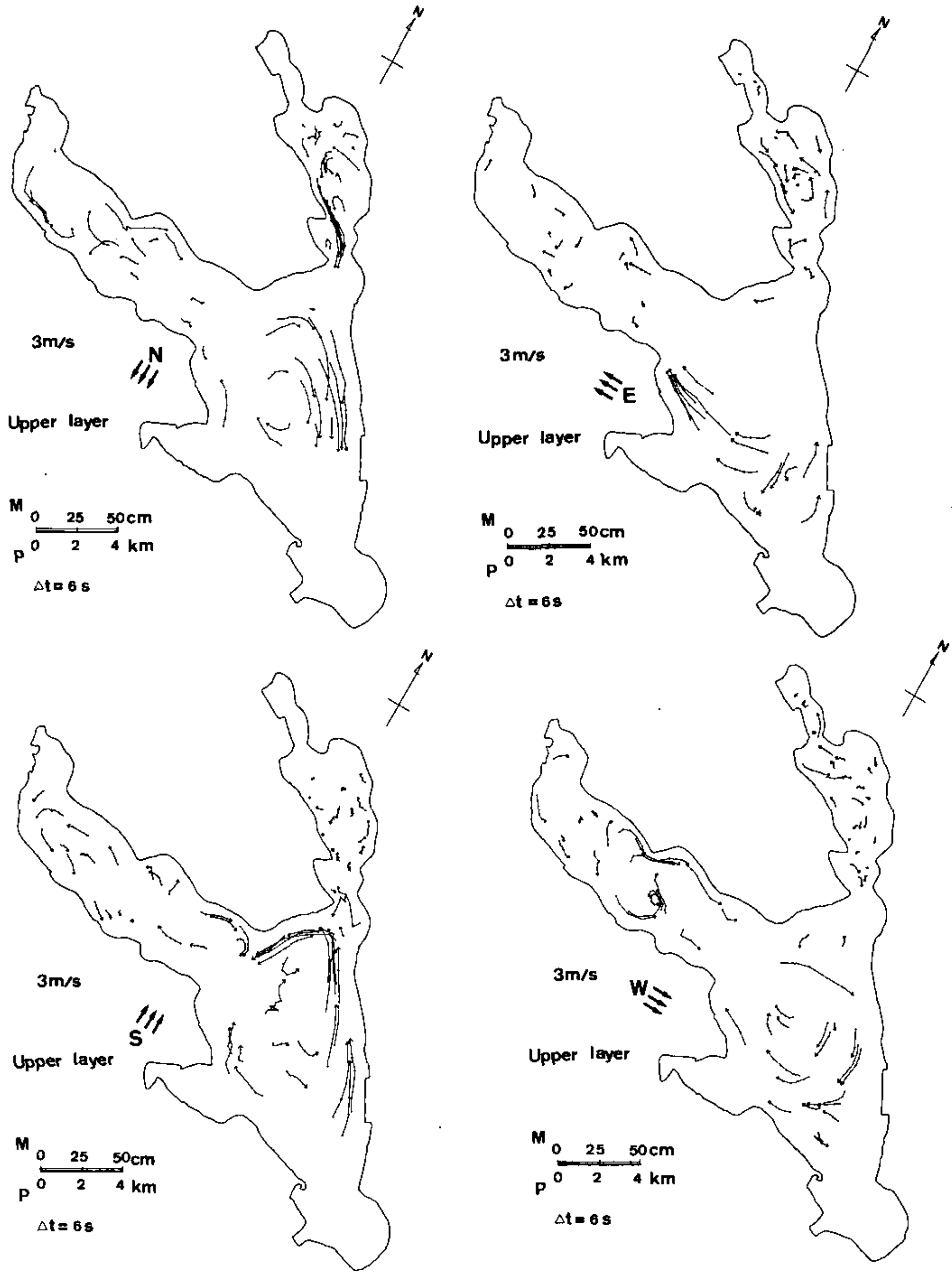


図　3−19　フロートによる流速分布測定結果 (b)　風速Ⅱ

Fig.　3−19　Flow patterns measured by floats in Kasumigaura hydraulic mobel (b)　W=3.0m/s

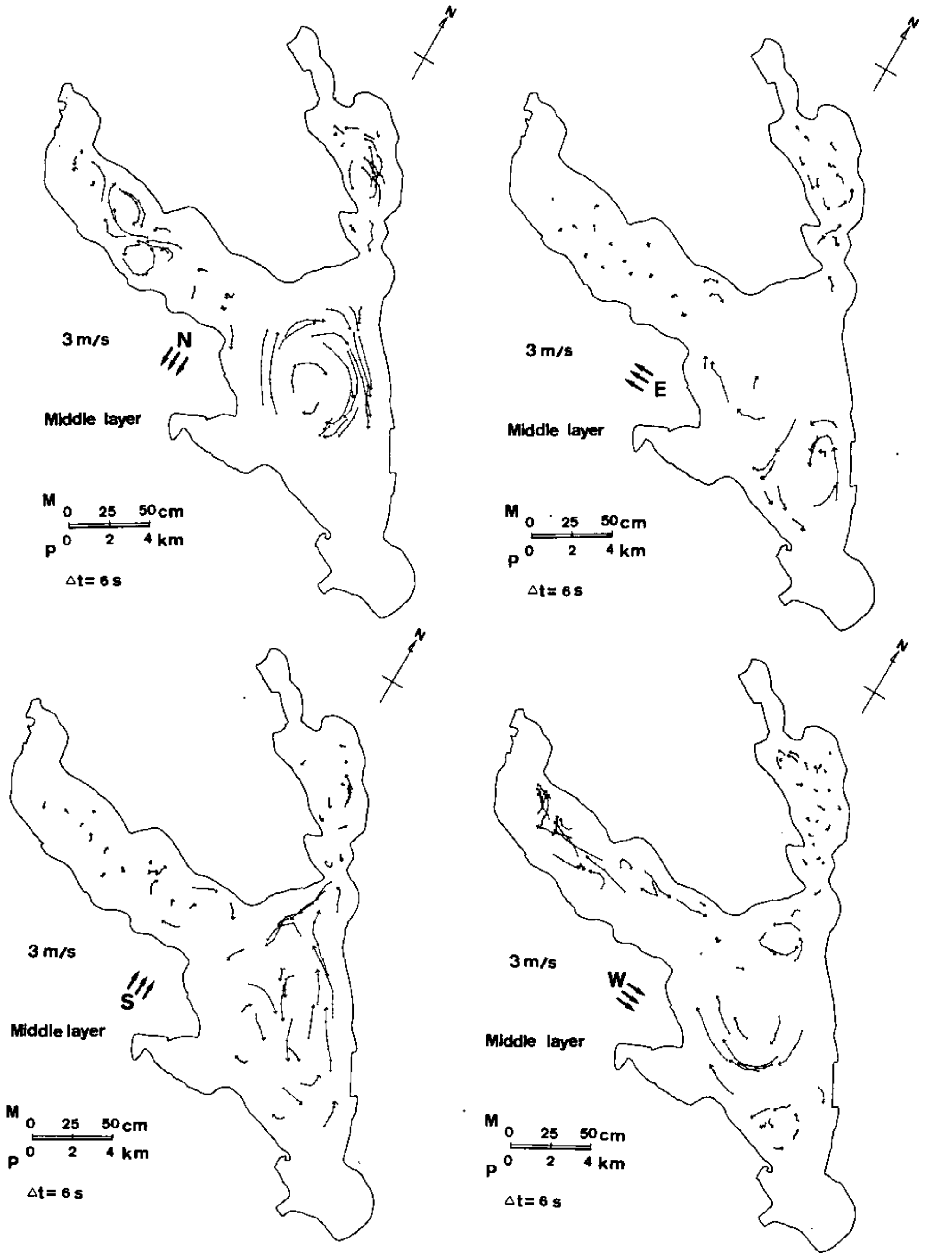


図　3−19 (b)　風速Ⅱ (つづき)

Fig.　3−19 (b)　W=3.0m/s (Continued)

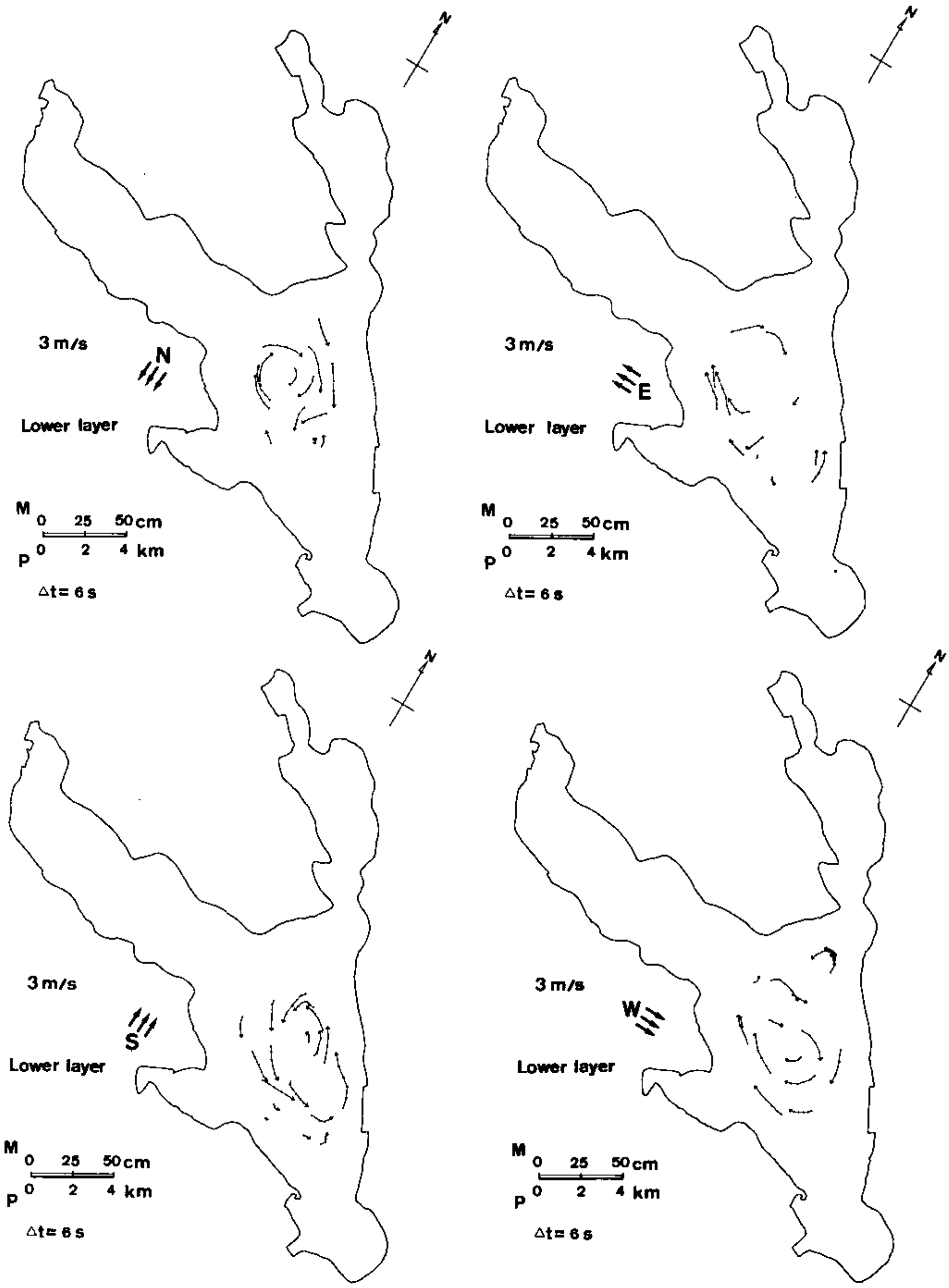


図　3−19 (b) 風速II (つづき)
Fig. 3−19 (b) W=3.0m/s (Continued)

る。水平循環流が卓越している水域では上，中，下層ともほぼ同一の流速で循環していることが多い。

（2） 湖心域における水平循環流の回転方向は主に図3－16のG側の岸に沿って生じる吹送方向の順流により支配される。つまりW，Nで時計回り，Sで反時計回りとなる。例外はⅠのNの風の時で，G岸の渦が小さく，反対にH側の渦が卓越したため反時計回りの流れが支配的に見える。もうひとつEの風のときにはH側の渦が卓越し，時計回りが支配的である。Ⅰ，Ⅱという風の強さの変化によって，このように支配的な渦の形態が変わったのは，Nの風向だけであり，他の7風向の場合にはほぼ同一の循環流が生じている。Nの風でこのような違いの生じた理由については，Ⅰの風での風分布の不均一性，非線形効果などが考えられるが，現段階では突きとめることはできていない。

（3） 湖心部のG岸に生じる流れの速さが，全湖中最大であり，Ⅰで約3～4 cm/s，Ⅱで約1.5 cm/sである。

（4） 高浜入域での流れは反時計回りの循環パターンが多い。（Ⅱの全風向及びⅠのS，Eの風）。しかし流速は湖心域の半分以下である。

（5） 土浦入域での流れは湾軸に沿ってのE，Wの風のときには鉛直循環流のパターンとなり，直角方向の風S，Nでは二つ以上の渦が生じている。流速の大きさは高浜入と同じく湖心域の約半分である。

次にⅠの場合，4風向での湖内6点における鉛直流速分布を超音波流速計で測定した結果を図3－20に示す。同時に計算を行なった乱れ速度 $\sqrt{\overline{u'^2}}\sqrt{\overline{v'^2}}$ 及び渦スケールL_x, L_yを含めてその特徴を述べると，

（1） 狭窄部のA点では鉛直循環流が卓越している。湖心，高浜入の境界上のB，C，D点では水平，鉛直循環流が複合したような流れであり，湖心域の湖岸沿いのE，F(E′，F′) 点では水平循環流的な全層が同一方向の流れが支配的である。

（2） 1 cm水深ではフロートでの流速測定に比べ若干大きな流速を示し，水平，鉛直循環流とも最大で5～6 cm/sの大きさを有している。

（3） $\sqrt{\overline{u'^2}}\sqrt{\overline{v'^2}}$ とも1～2 cm水深で1～2 cm/s，下層の4～8 cm水深で0.5～1 cm/sの大きさを有している。

（4） 渦時間スケールは水平循環流が卓越する領域で大きく，鉛直循環流が卓越する領域で小さい。また上層で小さく下層で大きい。上層で小さいのは風波の影響をうけているためである。全部を平均して約1秒であり，距離スケールになおせば数cmである。

水平循環流の大きさは3.3.2 と同様に流れが乱流であるが式（3.3.2）を用いれば

$$u_{\mathrm{rot}}=\frac{L}{2}\,\frac{\rho_a C_f W^2}{2\times 0.043\rho u_* h}\cdot\frac{h_{\max}}{L/2}=0.0128W\frac{h_{\max}}{\bar{h}} \qquad (3.4.1)$$

と整理できる。この場合の条件を代入するとⅠで約8 cm/s，Ⅱで約4 cm/sとなる。これに比較して実測された値は半分程度である。湖心域の底面は岸沿いに急激な勾配を有し，中央ではほぼ一様水深であることが関係していると考えられる。現地流速との対応は3.5 相似則で行なうことに

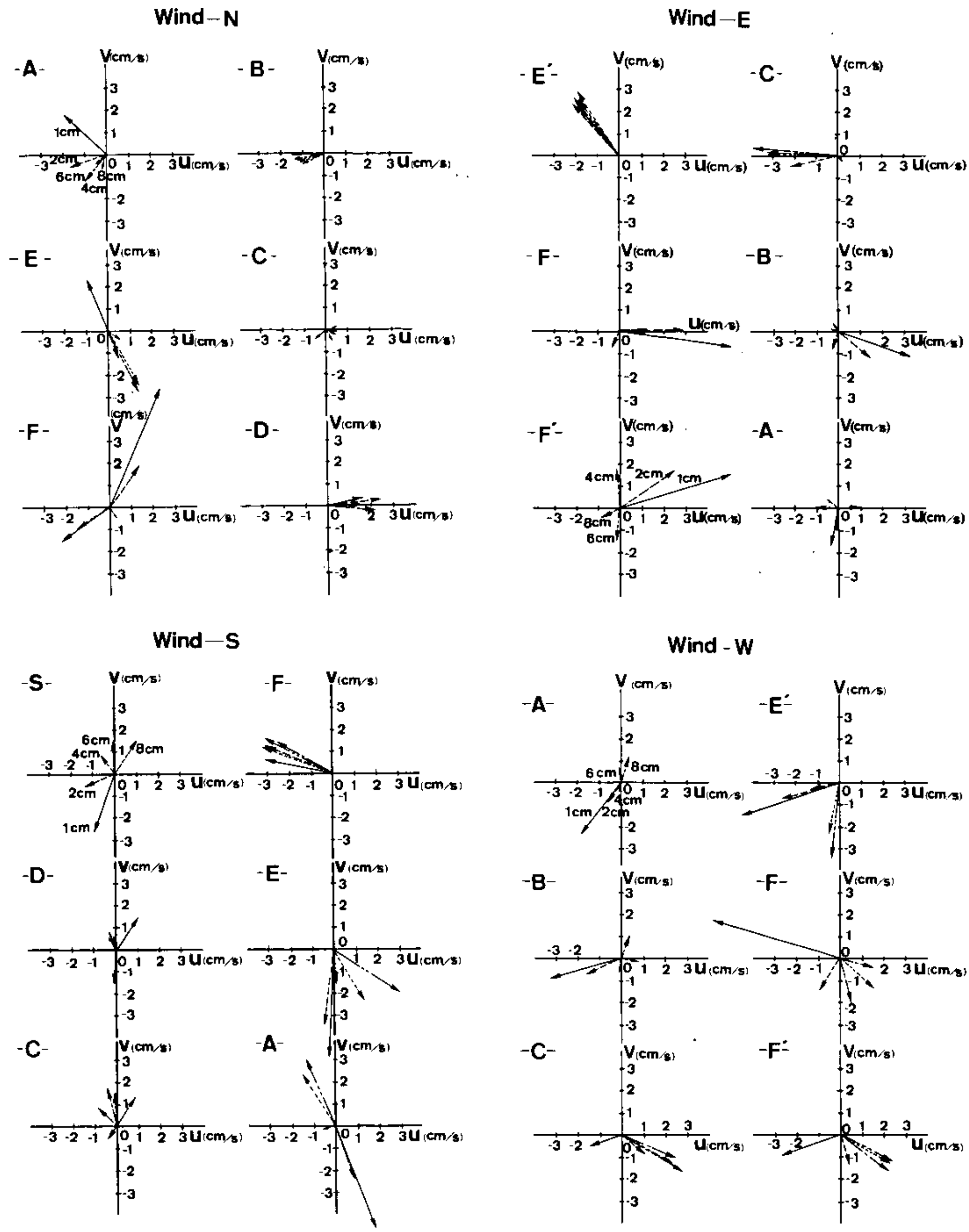


図　3−20　湖内6点での鉛直流速分布

Fig.　3−20　Vertical profile of wind driven currents at 6 points in Kasumigaura hydraulic model

する。

3.4.4　セイシュ

水位変動の測定を4点（L，M，N，O）で，超音波流速計による流速変動測定を2点（A，C）で行なった。セイシュの発生法としては風停止による方法と，水をはった直径20cmのバケツをI点に投入，ひき上げる方式の計2通りの方法で行なった。

（1）周期，波高の地点特性，相互相関

代表例として図3－21にバケツ投入時のL，M，N，O 4点での水位変動のスペクトルを示す。また図3－22に同じ条件でのA，C 2点水深1cmにおける流速変動のスペクトルを示す。A，C点とも湾軸方向の流速成分を対象とした。また図3－23に風停止の際のL－M，L－Oの水位間の相互相関を示す。セイシュに関して，他に得られた結果とあわせて考察を加えた結果，次のような特徴を有することがわかる。

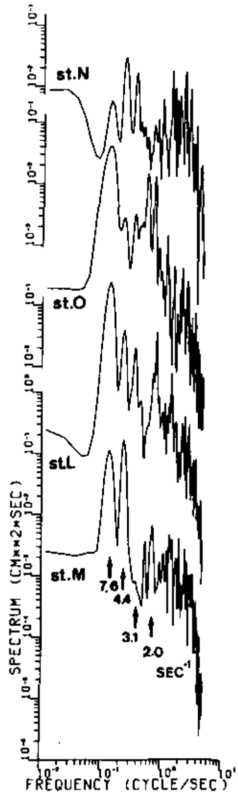


図　3－21　霞ヶ浦模型実験におけるセイシュによる水位変動のエネルギースペクトル

Fig. 3－21　Wave energy spectra of seiche oscillation

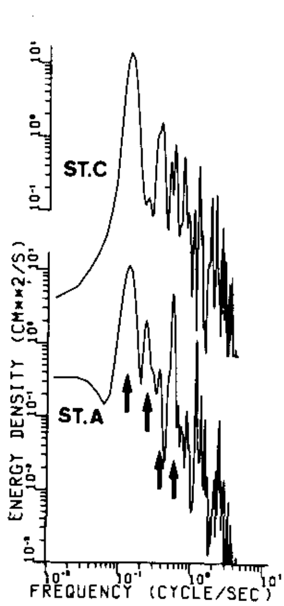


図　3－22　セイシュによる流速変動エネルギースペクトル

Fig. 3－22　Energy spectra of flow fluctuations by seiche oscillation

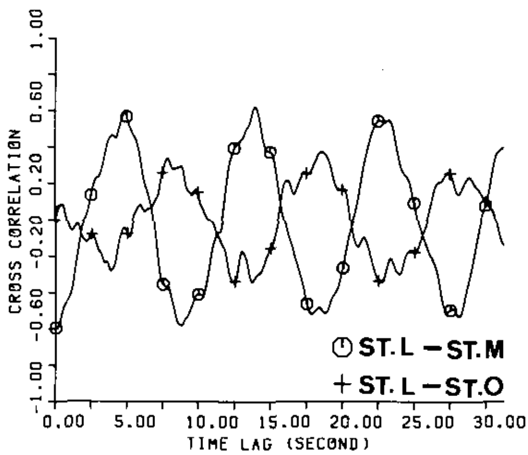


図　3−23　セイシュにおける水位の相互相関
Fig.　3−23　Cross correlation between water level fluctuations at a few points

①　ばけつ投入，ひきあげさらに風停止のいずれの場合に得られる水位変化のスペクトル形状はほとんど変わらない。

②　図3−20よりセイシュ周期には7.6，4.4，3.1，2.0ｓなどが卓越している。しかしそれぞれの地点で最も卓越する周期は異なっている。L，Oでは7.6sつまり全湖でのセイシュ周期（3.5で述べる）が卓越し，M，Nでは4.4ｓつまり湖心域でのセイシュが支配的である。湖心域でのセイシュは土浦，高浜入をしきることにより測定され周期は4.5ｓであった。(St. N)

③　水位変動の大きさの順位はL，M，O，Nである。これは現地観測と一致する。

④　流速変動のスペクトルは，セイシュの発生法，測定水深によって変化しない。つまり長波の特性があらわれている。また周期は水位変動の場合と同じく7.6ｓが卓越する。

⑤　水位の相互相関は風停止の場合，初期水位差のレベルが低いためあまりよい相関をみせないが，バケツ投入・ひきあげ条件の場合と同じ形状となる。現地調査図2−23と比較すると，図2−23ではドリフト効果を除けなかったため非常に異なるように見えるが，St.　L−Mでは位相が半周期程ずれている点などの特性は一致している。

（2）　減　衰

セイシュ水位振幅及び流速振幅の変化より底面摩擦の大きさを推定してみよう。減衰の早さについては1.4.5 に書いたように，底面摩擦が流速の１次又は２次に比例することにより層流型，乱流型に分けられる。L，O点における水位の振幅，A点での流速振幅，また湖心域をしきった時のN点での流速振幅の変化を層流型に片対数でプロットしたものを図3−24に，乱流型に逆数プロットしたものを図3−25に示す。ここで$\Delta\zeta$は$(\zeta_{max}-\zeta_{min})$を，$\Delta u_{se}$は$(u_{max}-u_{min})$を意味する。

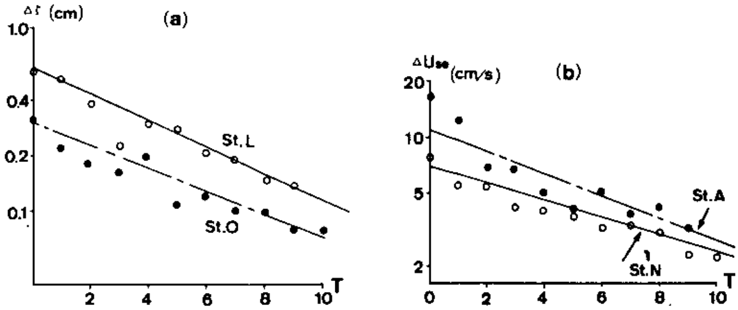


図　3−24　セイシュの減衰　層流型プロット

Fig.　3−24　Decrease rate of seiche amplitude − logarithmic plots
(a)　water level　(b)　velocity

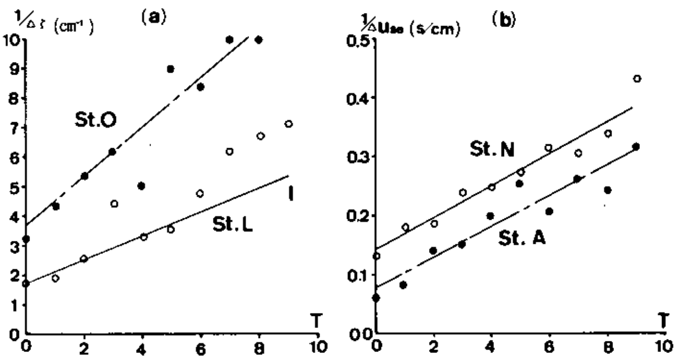


図　3−25　セイシュの減衰　乱流型プロット

Fig.　3−25　Decrease rate of seiche amplitude − reciprocal plots
(a)　water level　(b)　velocity

表　3−8　セイシュの減衰特性

Table　3−8　Characteristics of decrease rate of seiche amplitude in Kasumigaura hydraulic model

項 目	地 点	α_{10}	$\alpha_{10\,theo}$ $=\frac{\pi}{2}(T\nu/\pi h^2)^{1/2}$	α_5 (cm/s) $=2\alpha_{10}\,h/T$	$\alpha_{12}\,T^{*3}$(cm^{-1}) or $\alpha_{13}\,T^{*4}$(s/cm)	α_6
水 位	St. L	0.164	0.031^{*1}	0.345	0.794^{*3}	0.207^{*5}
	St. O	0.145	0.031^{*1}	0.305	1.60^{*3}	0.418^{*5}
流 速	St. A	0.142	0.031^{*1}	0.299	0.05^{*4}	0.146
	St. N	0.109	0.019^{*2}	0.484	0.05^{*4}	0.308

∗1 ; $\bar{h}=8$ cm,　$T=7.6$s,　∗2 ; $\bar{h}=10$cm,　$T=4.5$s,　∗5 ;　$L=3.4$m

表3－8に得られた係数の値を示す。最初の欄のα_{10}は図3－24の直線の傾きからもとめられた係数であり，次の欄の$\alpha_{10\,\mathrm{theo}}$は式(1.4.16)より理論的に得られる数値である。次のα_5はα_{10}を用いて式(1.4.5)よりもとめた。$\alpha_{12}T$, $\alpha_{13}T$は図3－25より読み取った値であり，最後のα_6はそれらを式 (1.4.20)，(1.4.21) に代入して得られた数値である。図３－24では初期に傾きが大きいようであり，図３－25では逆に5周期以降で直線より上側にずれてくる。つまり初期においては流速の振幅が8 cm/s程度と流れは乱流に近かったものが，減衰が進むにつれて層流的な流れに変わったことが想定される。

α_{10}の実測値は理論値と比べ約５倍大きくなっているが，この傾向は現地のセイシュの減衰でも見られ2.5.1にも書いたようにその比は10倍程度であった。金成[15]は理論的に$\alpha_9(=\alpha_{10}/T)$が$(\bar{h}T)^{1/2}$に逆比例することを示し，実際の湖での値をプロットしているが，ここではその数字を用いてα_5とTの関係を示したものが図３－26である。この図の作成にあたっては式 (1.4.5) 中のhには最大水深を用いた。図中の直線は層流で底面摩擦のみを考慮に入れた場合に対応し，式 (1.4.17) を表わしている。この図を見ると$\alpha_5 \propto 1/T^{1/2}$の関係はほぼ成立しているが，その時$\alpha_5$の値は式(1.4.17) に比べ1オーダー程度大きくなっている。つまり$\alpha_5 \propto \alpha_{10}$であるので，$\alpha_{10}$が層流的な理論値に比べ１オーダー程度大きいことを意味する。この理由は式 (1.4.17) が成立するための仮定つまり一様水深で層流状態かつ底面摩擦のみが効くという仮定を現実の湖沼が満足していないためであると考えられる。

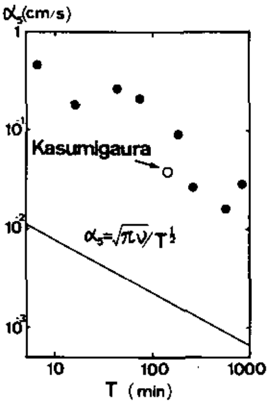


図　3－26　セイシュ周期(T)と底面摩擦係数(α_5)の関係

Fig.　3－26　Variation of bottom friction coefficient α_5 with seiche period T

次の乱流状態の減衰の指標であるα_6の大きさについて考えてみよう。α_6は0.1のオーダーと海域で用いられる数値0.0026，現地セイシュの減衰より乱流型にプロットして得られた値0.0202と比較して相当大きい。これの理由には次のようなものが考えられる。①底面以外の形状摩擦損失が大きい。しかしこの理由は表に見られるように，しきりつまり形状を簡単にした場合に，かえってα_6の値が増大している点が説明できない。②層流的な流れが卓越している可能性がある。つ

まりこの場合には $\alpha_6=\{\pi\nu/(Tu)u\}^{1/2}$ となり $l_t=Tu$ (一周期に進む距離) を用いて $Re=l_t u/\nu$ より $\alpha_6=\sqrt{\pi}Re^{-1/2}$ で表わすことができる。Reが小さい場合にはα_6を大きく見積ってしまう。実際には遷移レイノルズ数が不明のためどの程度大きく見積っているかはわからない。③水深が浅いための影響。2.5.1にも書いたが，式(1.3.10)に示されるように粗度が等しいならば$\alpha_6 \propto h^{-1/3}$となる。しかしこの説明だけでは，ここで得られたような大きな違いを説明するには不充分である。以上の①〜③の組みあわさった形でこのような大きなα_6が得られたとしか考えられない。

3.4.5　混合現象

実験方法に関しては3.4.1に書いたように①河川流入物質の拡散②水域間の混合の2通りの実験方法で行なった。①については定性的な観察を中心に行なったので，ここでは②の結果について述べることにする。混合現象の実験にはこのような非定常なものと，対象物質の流入，流出が釣りあう定常状態での濃度分布より解析を行なう定常問題があるが，ここでは河川流入，流出が定常となるには膨大な時間を必要としたので，そうしたタイプの実験は行なわなかった。②ではしきりをとりはらった後の湖心側6地点での濃度変化を測定したわけであるが，その時採水はビニール管をつけた注射器を用いて，全水深を平均するように行なった。図3－27に得られた濃度変化の一例を示す（II，Sの風，土浦入しきり)。 図中点線は6点での濃度の平均である。他の条件のときも同様であるが，この図を見ると初期には6点で濃度差があるが，8分以上経過する

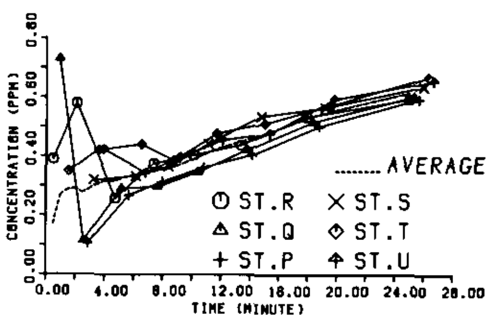


図　3－27　霞ヶ浦模型吹送流実験－混合実験結果の一例（II，Sの風，土浦入しきり)

Fig.　3－27　An example of record of concentration in experiments of exchange rate between three main basins

と全域でほぼ均一な濃度となっていることがわかる。このため次のような完全混合ボックス（体積V_1, V_2, 濃度C_1, C_2) を考えて，その間にQ_tの交換流量が存在しているものとすると，次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} V_1\frac{dC_1}{dt}&=Q_t(C_2-C_1) \\ V_2\frac{dC_1}{dt}&=Q_t(C_1-C_2) \end{aligned}\right\} \qquad (3.4.2)$$

流入・流出がないとすると$V_1C_1(t)+V_2C_2(t)=\text{const.}=D_t$であるので，初期条件として$t=0$で$C_1=C_1^0$とすると

$$C_1(t)=\left(C_1^0-\frac{D_t}{(V_1+V_2)}\right)\exp\left(-Q_t(V_1+V_2)\,t/V_1V_2\right)+D/(V_1+V_2) \quad (3.4.3)$$

が得られる。つまり逆にCの変化がもとめられていれば，式 (3.4.3) にあてはめてQ_tを計算することができる。この実験の場合にはC_2, V_2をしきられる側つまり高浜入，土浦入として，C_1, V_1は湖心側であり$C_1^0=0$となる。図3－28には図3－27の結果に対し，横軸に時間をとり，縦軸に$(D/(V_1+V_2)-C_1(t))$の対数プロットしたものである。ほぼ直線となり，式 (3.4.3) の適用は

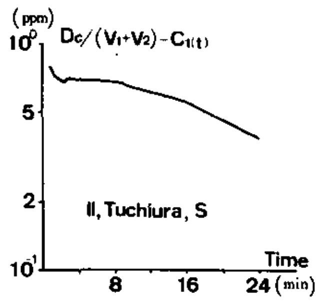


図　3－28　式 (3.4.3) を用いての混合実験濃度変化の評価
Fig.　3－28　Logarithmic plot of variation of concentration

可能であることがわかる。他のRunでも同様であるので，模型での容量を湖心域130l，土浦入域52l，高浜入域23lとすると，Q_tは各風速，風向に対して表3－9のような結果が得られる。この表の中でⅠタイプの風速でQ_uとあるのは，図3－21の超音波流速計による流速の鉛直分布測定結果を利用して，高浜入しきりではA点，土浦入しきりではB，C，D点の流速値より，湖心域との流入出量を大ざっぱに計算したものである。この結果を見ると土浦入，高浜入ともに出口断面の法線方向の風のときにQ_tが大きいこと，風速がⅡからⅠへと約2倍になることによって，2倍程度の増加があることがわかる。Q_t/Q_uは2.6.3 の交換係数にあたるが，0.10～0.40と現地の交換率とあまり変わらないことがわかる。しかし現地の場合にはQ_uの評価にセイシュ流速を採用しているので厳密な比較は不可能である。現地との対応は3.5 で詳しく述べることにするが，ここで得られた現象は域内での混合時間に比較して，域間の交換に要する時間の方が，圧倒的に大きいことを意味している。

表　3−9　混合実験により得られた交換流量

Table 3−9 Exchange rate between three main basins in Kasumigaura hydraulic model

	I, W=6.24m/s						II, W=3.01m/s	
	土浦入			高浜入			土浦入	高浜入
風向	Q_t(cc/s)	Q_u(cc/s)	Q_t/Q_u	Q_t	Q_u	Q_t/Q_u	Q_t	Q_t
N	49.1	234	0.21	20.2	47.5	0.43	16.7	14.2
E	67.6	375	0.18	11.5	42.5	0.27	18.2	2.58
S	26.4	131	0.20	37.7	112.5	0.34	18.1	5.26
W	82.5	319	0.26	5.99	60.0	0.10	30.2	3.68

3.5　相似則

3.5.1　流れの相似則の基礎方程式

相似則とは原型と模型との間の変数の換算関係を示すものである。その関係は力学的相似則の場合，原型，模型それぞれの力のつりあいの方程式より導かれる。浅い湖でのセイシュ，吹送流の場合の基本方程式は式 (1.3.2)(1.3.3) より原型，模型ともに次のように書ける。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\overline{u}}{\partial t}&=f\overline{v}-g\frac{\partial\zeta}{\partial x}-\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}-\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}+K_L\nabla^2\overline{u}+\frac{\tau_{wx}}{\rho}-\frac{\tau_{bx}}{\rho}\\\frac{\partial\overline{v}}{\partial t}&=-f\overline{u}-g\frac{\partial\zeta}{\partial y}-\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}-\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial y}+K_L\nabla^2\overline{v}+\frac{\tau_{wy}}{\rho}-\frac{\tau_{by}}{\rho}\end{aligned}\right\}\qquad(3.5.1)$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=h\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+h\frac{\partial\overline{v}}{\partial y}\qquad(3.5.2)$$

$\overline{u}$, $\overline{v}$ は断面平均流速である。問題となるのは外力を含めて式 (3.5.1)(3.5.2) で卓越する項は何であるのかということである。つまり原型，模型で卓越する項の大きさの比が等しいならば，生じている現象は原型と模型で等しく，その現象の大きさの程度は関係づけることができる。ここではそれぞれのケースごとに，その相似則を考えてゆくことにしよう。以下模型と原型の比を添字の r で表わすことにする。

3.5.2　セイシュの相似則

この現象は式 (3.5.1) において表面せん断力を消去したときの運動であるので，潮汐流などと同じく流動の原動力は圧力項（重力項）である。式 (3.5.1) において慣性項，非定常項，圧力項，底面摩擦項がつりあっていることがわかる。このためこれらの項の原型，模型での比が等しいとすると，

$$u_r=x_r/t_r\qquad(3.5.3)$$

$$\Delta\zeta_r = u_r x_r / t_r g_r \tag{3.5.4}$$

$$\tau_{br} = \rho_r h_r u_r / t_r \tag{3.5.5}$$

が得られる。また式 (3.5.2) より

$$\Delta\zeta_r = h_r u_r / x_r \tag{3.5.6}$$

である。いま変数は(x_r, h_r, τ_{br}, u_r, t_r, $\Delta\zeta_r$, ρ_r, g_r)であるが，水で実験を行なうことを考えれば $\rho_r=1$ 及び $g_r=1$ であるので結局変数は6となる。式(3.5.3)～(3.5.6)の4式を用いれば独立な変数は2つということになる。一般に x_r, h_r を独立なものと考えるので，それ以外の変数は次のように表現される。

$$t_r = x_r h_r^{-1/2} g_r^{-1/2} \quad - \quad \text{Froude則} \tag{3.5.7}$$

$$\tau_{br} = \rho_r g_r h_r^2 / x_r \tag{3.5.8}$$

$$\Delta\zeta_r = h_r \tag{3.5.9}$$

$$u_r = h_r^{1/2} g_r^{1/2} \tag{3.5.10}$$

セイシュ周期については式 (3.5.7) を用いて比較を行なえばよいことになる。次に式 (3.5.8) を原型，模型での流れの状態つまり層流又は乱流によって分けて書きなおしてみよう。

（1） 原型，模型とも層流の場合

τ_b は $\rho\nu\partial u/\partial z$ で表わされるので，

$$g_r^{1/2} h_r^{5/2} / x_r \nu_r = 1 \quad - \quad \text{Proudman則} \tag{3.5.11}$$

（2） 原型，模型ともに乱流の場合

τ_b にマニング式を用いた場合には，$\tau_b = \rho g \bar{u}^2 n_1^2 / h^{1/3}$ より

$$n_{1r}^2 = h_r^{4/3} / x_r g_r \tag{3.5.12}$$

この式が成立するときには，いままでの導出方法より明らかなように，断面平均流速に関する相似が成立するのであって，鉛直流速分布も相似となるためには，式 (1.1.5) で流速分布を表わすと $z_{or}/h_r=1$（z_o; 粗度高）つまり $\tau_{br}/\bar{u}_r^2=1$，n_{1r} の形で書くと $n_{1r}^2/h_r^{1/3}=1$ が成立しなければならない。式 (3.5.12) とあわせて考えれば

$$x_r = h_r \tag{3.5.13}$$

すなわち歪んでいない模型でなければならないことがわかる。

原型が乱流，模型が層流である場合は複雑となるので省略する（樋口[16]参照)。

3.5.3 吹送流水平循環流の相似則

この場合には外力は表面せん断である。慣性項が省略できる時とできない時に分けて相似則を考えてみよう。

（1） 慣性項が省略できる場合

式 (3.5.1) では表面せん断力，底面摩擦項，圧力項，時間変化項が卓越する。式 (3.5.2) とあわせて次のような4式が得られる。

$$\tau_{wr} = \tau_{br} \tag{3.5.14}$$

$$g_r \frac{\Delta\zeta_r}{x_r} = \frac{\tau_{wr}}{\rho_r h_r} \tag{3.5.15}$$

$$\frac{u_r}{t_r} = \frac{\tau_{wr}}{\rho_r h_r} \tag{3.5.16}$$

$$\frac{\Delta\zeta_r}{t_r} = \frac{u_r}{x_r} h_r \tag{3.5.17}$$

定常状態の流速分布のみの相似則を扱う場合には，式 (3.5.14)，(3.5.15) のみを考慮すればよい。このとき変数は (x_r, h_r, u_r, τ_{wr}, τ_{br}, $\Delta\zeta_r$, ρ_r, g_r) であり $\rho_r = g_r = 1$ として6つあることになる。関係式の数が2つであるので4つの独立変数が存在することになる。式 (3.5.14) を層流，乱流で分けて書けば，

① 層流　$\tau_b = \rho\nu\partial u/\partial z$ or $\tau_b = \rho\alpha_5 \bar{u}$ として

$$u_r = \tau_{wr} h_r / \rho_r \nu_r \text{ or } u_r = \tau_{wr}/\rho_r \alpha_{5r} \tag{3.5.18}$$

② 乱流　$\tau_b = \rho\alpha_6 \bar{u}^2$ or $\tau_b = \rho g \bar{u}^2 n_1^2 / h^{1/3}$ として

$$u_r = \tau_{wr}^{1/2} / \rho_r^{1/2} \alpha_{6r}^{1/2} \text{ or } u_r = \tau_{wr}^{1/2} h_r^{1/6} / \rho_r^{1/2} g_r^{1/2} n_{1r} \tag{3.5.19}$$

となる。$h \ll x$ の条件が満足され，水平循環流が生じる状態であれば，x_r は u_r とは関係しないことがわかる。また式 (3.5.15) は風のせん断力により生じる水平勾配の大きさ $\Delta\zeta_r/x_r$ を評価するときに必要なだけで直接流れとは関係していない。この関係は式 (1.3.15) を導出したときと同じで，圧力項がただ水平面内での力の方向の変換にのみ関わっている事実と対応している。まとめてみると，(x_r, h_r, τ_{wr}, τ_{br}) が独立変数で (u_r, $\Delta\zeta_r$) が従属変数となる。このときはたった一回の模型実験の結果をもとに，τ_{wr} を選んで任意の W_p（原型での風速）に変換して，その状態での u_r, $\Delta\zeta_r$ の推定が可能であることを意味する。

非定常問題を扱う場合には式 (3.5.16)，(3.5.17) を用いて評価すればよいことになるが，$\Delta\zeta$ の定常状態への移行時間を問題としなくてもよい場合には，式 (3.5.16) を用いて

$$t_r = \rho_r u_r h_r / \tau_{wr} \tag{3.5.20}$$

が得られ，式 (3.5.18) 又は (3.5.19) の u_r を代入すれば t_r を決定することができる。

慣性項の省略は実際には不可能であり，また模型実験の最大のメリットである，慣性項が表現できることを無視してしまうわけで，有意義でないとの反論もあるが，底面粗度条件などを満足させることが非常に難しい場合には，模型で得られた u などに関する情報を原型に変換する際に

は役立つものと考えられる。

（2） 慣性項を省略できない場合

式（3.5.14）～（3.5.17）に式（3.5.4）が加わる。変数は（x_r, h_r, u_r, t_r, τ_{wr}, τ_{br}, $\Delta\zeta_r$, ρ_r, g_r）で$\rho_r = g_r = 1$として関係式は5本あるので，独立変数の数は2つとなる。x_r, h_rを独立とすると式（3.5.7）～（3.5.10）に加えて

$$\tau_{wr} = \rho_r g_r h_r^2 / x_r \tag{3.5.21}$$

が成立する。

3.5.4. 水平混合の相似則

鉛直断面平均濃度$\overline{C}$に関する拡散方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial t} + \overline{u}\frac{\partial \overline{C}}{\partial x} + \overline{v}\frac{\partial \overline{C}}{\partial x} = D\left(\frac{\partial^2 \overline{C}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{C}}{\partial y^2}\right) \tag{3.5.22}$$

ここでDは水平拡散係数，鉛直平均化による分散係数などを意味している。$\overline{u}\,\partial\overline{C}/\partial x$などの移流項と右辺の拡散項の相似より

$$D_r = u_r x_r \tag{3.5.23}$$

が得られる。Dとして次のような2つの形を考えてみよう。また移流項と拡散項の比が圧倒的にどちらかが大きくて無視しうる場合を(3)として考えてみることにする。流れとしては吹送流を仮定し，流れの状態は乱流であるとする。

（1） 式（3.5.23）とDが4/3乗則で表わされる場合

Lを水平スケール，εをエネルギー逸散率としてDは

$$D = \beta_1 \varepsilon^{1/3} L^{4/3} \tag{3.5.24}$$

で表わすことができる。εは吹送流では

$$\varepsilon = \beta_2\, \tau_{wind}\ u_{sur}/\rho h = \beta_3\, \tau_{wind}{}^{3/2}/\rho^{3/2} h \tag{3.5.25}$$

で近似できるので（β_1, β_2, β_3は定数），結局式（3.5.23）とあわせて

$$u_r = \tau_{wr}{}^{1/2} x_r{}^{1/3} / h_r{}^{1/3} \rho_r{}^{1/2} \tag{3.5.26}$$

となり，x_r, h_rは独立ではいけなく，流れのFroude則をくみあわせれば，

$$x_r = h_r \tag{3.5.27}$$

となる。

（2） 式（3.5.23）とDが吹送流の鉛直流速分布による分散係数で表わされる場合

$$D=\beta_4 u_* h=\beta_4 \tau_w^{1/2} h/\rho^{1/2} \tag{3.5.28}$$

Dが上式で表現されるとすると（β_4; 定数）

$$u_r=\tau_{wr}^{1/2} h_r/\rho_r^{1/2} x_r \tag{3.5.29}$$

となり，流れのFroude則とあわせると

$$x_r=h_r \tag{3.5.30}$$

となる。

（3） 移流，拡散項が単独の場合

この場合には非定常項とのつりあいより，t_rについての関係式が得られる。つまり原型と模型で卓越する混合の形態が同じで，混合の形態が次のようにはっきりしている場合には時間スケールt_rは流れの相似則とは関係なく次のように決定される。

① 移流のみの場合

$$t_r=x_r/u_r=\rho_r^{1/2} x_r/\tau_{wr}^{1/2} \tag{3.5.31}$$

② 乱流拡散のみの場合

$$t_r=x_r^2/D_r=x_r^2/(\tau_w^{1/2} x_r^{4/3}/\rho_r^{1/2} h_r^{1/3})=\rho_r^{1/2} h_r^{1/3} x_r^{2/3}/\tau_w^{1/2} \tag{3.5.32}$$

③ 鉛直分散のみの場合

$$t_r=\frac{x_r^2}{D_r}=\frac{x_r^2}{\tau_{wr}^{1/2} h_r/\rho_r^{1/2}}=\rho_r^{1/2} x_r^2/\tau_{wr}^{1/2} h_r \tag{3.5.33}$$

④ 水平分散のみの場合

水平分散係数は吹送流の水平循環流分布及び$K_L \propto u_* h$を仮定すると，

$$D=\beta_5 u_* L^2/h \tag{3.5.34}$$

で表わされるので（β_5; 定数）

$$t_r=\frac{x_r^2}{D_r}=\rho_r^{1/2} h_r/\tau_{wr}^{1/2} \tag{3.5.35}$$

⑤ 交換係数が原型と模型で等しい場合

$$t_r=\frac{x_r^2 h_r}{x_r h_r u_r}=\frac{x_r}{u_r}=\frac{\rho_r^{1/2} x_r}{\tau_{wr}^{1/2}} \tag{3.5.36}$$

以上①～⑤は$x_r=h_r$のときみな等しくなる。逆に$x_r \neq h_r$である場合には原型と模型で①～⑤

の各混合形態の寄与の大きさが異なっていることを意味している。

3.5.5 現地調査結果と霞ヶ浦模型実験の対比

セイシュ周期，減衰の速さ，吹送流の水平循環流，及び混合現象などに関し，現地調査結果（調査と呼ぶ。記号p）と霞ヶ浦模型実験結果（実験，記号m）を相似則を利用して比較してみよう。

（1） セイシュ周期

調査－141，101，63，47…分，実験－7.6，4.4，3.1，2.0秒であり，実験結果を式(3.5.7)のFroude則で変換すると143，83，58，38分と調査とよく一致する。

（2） セイシュの減衰の速さα_{10}，α_6

α_{10}の値は調査－0.239，実験－0.14～0.17と現地の方が大きい減衰を示す。つまり模型での底面粗度付けが必要であったと考えられる。α_6の大きさでみると，調査－0.0202，実験－0.15であり，式（3.5.8）を$\tau_{by}=\rho_r\alpha_{6r}u_r^2$及び式（3.5.3）で書き換えた

$$\alpha_{6r}=h_r/x_r \tag{3.5.37}$$

より得られる160に比べ圧倒的に小さいことがわかる。n_{1r}の値でいうと式(3.5.12)よりFroude則を満足するためには$n_{1r}=4.8$と非常に大きく，模型の場合，流れが層流に近いことをあわせて考えると，粗度付けによりα_{6r}を増加させることは不可能である。

（3） 吹送流の水平循環流

（2）で述べたように模型はFroude則を満足していない。このため第1次近似として慣性項を省略した際の式（3.5.19）で比較してみよう。$\alpha_{6r}=7.43$より$\tau_{wr}=1$つまり$C_{fr}=1$とすると，実験と同じ風速の風が現地に吹いた状態を考えると$u_r=0.37$となる。実験$W=6.24$m/sで$u_{rot}\fallingdotseq3.5$ cm/s，$W=3.01$m/sで$u_{rot}\fallingdotseq1.5$cm/sが得られているので，$u_r=0.37$を用いるとそれぞれ9.5，4.1cm/sとなる。現地においては明白には水平循環流の大きさを観測し得ていないわけであるが，2.4.1 などの結果をみると数cm/sと考えられるので，このような考え方でも整理は可能ではないかと考えられる。

（4） 混合現象

高浜入と湖心域を結ぶ狭窄部での交換流量の大きさを比較してみよう。調査5～10m³/s，実験W=6.24m/sで6～40cc/s，$W=3.01$m/sで3～14cc/sである。3.5.4 の（3）の①～⑤を$Q_rt_r=x_r^2h_r$を用いてQ_rの形に書き換えてみると，

①$Q_r=x_rh_ru_r$，②$Q_r=x_r^{4/3}h_r^{2/3}u_r$，③$Q_r=h_r^2u_r$，④$Q_r=x_r^2u_r$，⑤$Q_r=x_rh_ru_r$

となる。$u_r=1$，$x_r=1/8000$，$h_r=1/50$とするとQ_rは

①$1/4\times10^5$ ②$1/2.2\times10^6$ ③$1/2.5\times10^3$ ④$1/6.4\times10^7$ ⑤$1/4\times10^5$
となる。実際のQ_rは$1/3.3\times10^6\sim1/1.3\times10^5$である。つまり狭窄部での水交換は水平，鉛直循環流それぞれの分散の影響をうけて，その中間の大きさの相似則で近似されることがわかる。

3.6 まとめ

得られた事象を各実験ごとにまとめてみると次のようである。まず吹送流の鉛直循環流に関する実験からは，

（1） C_fの大きさは1.0×10^{-3}程度で風速Wの増加とともに上昇する。u_{sur}/Wは約3％である。

（2） 始端の影響はこの実験の場合には水深の5～10倍程度と推定される。

（3） 水表面付近の流速分布は対数則で近似されるよりもさらに勾配が大きく，この付近での混合長は$l=\kappa z'$ (z'; 水面よりの距離) で表現されるより小さいことが予想される。

（4） エネルギースペクトルは1Hz以下の低周側で$-5/3$の慣性域を有する。εの分布は水表面より若干下で最大となり下層で小さい。

（5） 式 (1.2.21) に式 (1.2.19)(1.2.20) を用いて得られる$\overline{u}$, $\sqrt{\overline{u'^2}}$の分布形と大きさは実験と比較的よい一致を示す。これを用いればu_{sur}, hなどは$R_e=u_*h/\nu$で整理できる。

（6） 定常時のエネルギー収支をもとめた。エネルギー供給は風のせん断力を，逸散は乱流，直接逸散及び波によるものを算定した。その結果両者がつりあっていること，乱流逸散／供給の大きさは現地観測と同じく5～15％程度であることがわかった。

（7） 風スタート，ストップに対応した吹送流の初期値問題を実験で行ない，$T_{1/e}$を評価した。その結果$T_{1/e}$は$T_c=(E_u'+E_{u'}')/E_{wind}$と比例関係にあることがわかった。

次に基本底面地形をもったモデル湖において吹送流の水平循環流について実験を行ない次のような結果を得た。

（1） ひとつの水域で吹送方向に直角に水深差のある場合には水深の浅い側で吹送方向の順流，深い側で逆流の水平循環流が生じる。

（2） 水平循環流の大きさは$\overline{K_z}=0.043u_*\overline{h}$を用いて式 (1.3.22) によりほぼ推定できる。

（3） K_Hは表層で大きく下層で小さい。底面地形変化のない場合においてK_Hは$K_z=0.043u_*h$の3～8倍であり，鉛直方向には混合が抑えられていることを示唆している。地形変化のある場合には，ない場合の数倍大きい値が得られたが，この理由には流速の増大，新たな大きい渦の生成による混合長の増大などが考えられる。

（4） モデル湖全体の混合の形態は，地形に伴なう水平循環流のパターンにより支配される。地形変化がなく鉛直循環流が卓越する場合には横方向の混合時間は$T\propto L^2/K_H$で表わされる。次に水平循環流が卓越する場合には，$T\propto L/u_{rot}$であり，水平混合係数が循環 ($L\times u_{rot}$) に比例することを示す。

次に霞ヶ浦地形模型を用いて吹送流，セイシュの実験を行なった。その結果は，

（1） 各点での流れは水平，鉛直循環流が組みあわさった流れとなっているが，水平循環流が卓越する水域では上，中，下層ともほぼ同一の流速で同方向に流れている。

（2） 湖心域に生じる循環はG側の岸に沿って生じる渦により支配されている。つまりW，Nの風向で時計回り，Sで反時計回りである。その循環の強さは$W=6.24$m/sで3～4 cm/s，$W=3.01$m/sで1.5cm/sであった。高浜入では反時計回りの循環パターンが多い。土浦入では湾軸に沿ったE，Wの風向のとき，鉛直循環流となり，S，Nの風向では二つ以上の水平循環流が生じた。高浜入，土浦入での循環速度は湖心域のそれの約半分である。この大きさは式（1.3.22）で予測される数値に比べ若干小さく，岸沿いの急激な底面勾配及び中央の一様水深が影響していると考えられる。

（3） セイシュ周期は7.6，4.4，3.1，2.0sなどが卓越する。水位変動の大きさの地点による順位は土浦，牛堀，高浜，狭窄部の順であって，現地観測結果と一致する。水位の相互相関の形も現地調査結果と一致する。

（4） セイシュの減衰は最初流速の早い時には乱流型，流速が小さくなって層流型となった。層流型の係数α_{10}はKeuleganらの示す理論値に比べ，1オーダー大きい値となった。他の湖沼においてもこの傾向は見られ，式（1.4.17）が成立するための仮定が現実の湖沼では満足されていない結果であると考えられる。次に乱流型の係数であるα_6も0.15程度と非常に大きい数値となった。この理由は，①底面以外の摩擦損失，②層流の影響，③水深が浅いこと，などの複合したものと考えられる。

（5） 高浜入，土浦入をしきった状態を初期状態とする水域間の混合に焦点をあてた実験を行なった。この結果濃度分布の時間変化から域内での混合が早く，域間の交換に要する時間の方が圧倒的に大きいことを示し，二つのボックス間の交換流量の概念が適用しうることを示した。この交換流量は出口断面の法線方向の風向のときに大きく，接線方向の風のとき小さい。交換係数の大きさでいうと0.10～0.40と現地調査とあまり変わらなかった。

最後にセイシュ，吹送流，混合現象に関する相似則を導いた。その結果をまとめると，

（1） セイシュの相似則はFroude則により決定される。

（2） 吹送流の相似則は慣性項を考慮に入れてFroude則に従うものと，慣性項を省略した際に得られる簡易的なものが考えられる。

（3） 水平混合の相似則は移流，拡散項の比が一定とすると，独立変数が流れの場合に比べ1つ少なくなる（$x_r=h_r$）。これに対しこの2項のうちどちらかが卓越する場合には，それぞれの支配的な混合の形態により模型，原型の混合時間スケール比が決まる。

（4） 現地調査と模型実験結果を相似則を用いて対比した。セイシュ周期についてはよく一致する。セイシュの減衰の速さより，模型の粗度付けが必要であったことがわかった。水平循環流の大きさは慣性項を考慮しないときの相似則によりほぼ説明される。混合の大きさは交換流量で評価した場合，水平，鉛直循環流による分散の影響をうけて，その中間つまり交換係数が保存されると考えるような相似則で説明できる。

参 考 文 献

1) Keulegan, G. H. (1951) : Wind tides in shallow closed channels. J. Natl. Bur. Stand., **46** (5), 358−381.

2) Baines, W. D. (1965) : Wind driven water currents. Proc. ASCE Hydraul. Div., **91** (2), 205−221.

3) Plate, E. J. (1970) : Water surface velocities induced by wind shear. Proc. ASCE Eng. Mech. Div., **96** (3), 295−312.

4) Wu, J. (1970) : Laboratory studies of wind−wave interactions. J. Fluid Mech., **34**, 91−111.

5) Wu, J. (1975) : Wind−induced drift currents. J. Fluid Mech., **68**, 49−70.

6) Shemdin, O. H. (1973) : Modelling of wind induced currents. J. Hydraul. Res., **11**, 281−297.

7) 加藤始 (1975)：対数分布の吹送流に関する波速の計算，土木学会論文報告集，**239**，37−46.

8) Dobroklonsky, S. S. et. al. (1972) : A study of near surface layer of drift currents in laboratory conditions. Izv. Acad. Sci. Atm. Oceanic physics, **8**, 1177−1187.

9) Wu, J. (1973) : Prediction of near surface drift currents from wind velocity. Proc. ASCE Hydraul. Div., **99**, 1291−1302.

10) Ueda, H. et. al. (1977) : Eddy diffusivity near the free surface of open channel flow. Int. J. Heat Mass Transfer, **11**, 1127−1136.

11) 村岡浩爾・福島武彦 (1979)：浅い湖の吹送流に関する実験的研究，国立公害研究所研究報告，**6**，231−244.

12) ロッタ(大路通雄訳) (1975)：乱流.，岩波書店，226−228.

13) Elder, J. W. (1959) : The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. J. Fluid Mech., **5**, 544−560.

14) Li, C. et. al. (1975) : Physical model study of circulation patterns in Lake Ontario. Limnol. Oceanogr., **20**, 323−337.

15) 金成誠一 (1979)：静振の減衰振動と減衰係数，線型摩擦係数の評価について. Jpn. J. Limnol., **40**(2), 102−109.

16) 樋口明生 (1974)：潮流水理模型実験. 土木学会1974年水工学夏期研修会講義集B−1, 1−25.

4．数　値　解　析

4.1　は じ め に

大容量計算機の発達とともに，有限要素法，差分法などの離散化手法を利用して，極めて大きな水域の流動及び混合現象を数値解析により明らかにしてゆこうという試みが，最近特に多くなってきている。数値解析法を用いるメリットとしては，次のようなことが考えられる。模型実験と同様に，湖水理，混合現象を巨視的にとらえられる。また条件設定が任意のため，現地，模型では観測不可能な外力状態の場合にも解が得られ，さらに堤防の設置による湖水位の上昇，しゅんせつ工事，下水道処理水の流入など，今後に計画されている事業によりもたらされる水理混合現象への影響に関する評価が簡単となる。模型実験と比較してみると，数値解析では原型をそのまま対象とするため，実験の際問題となる相似則を考慮しないですませることができ，またコリオリ項など模型では再現できない力を含めた取り扱いが可能である。また水位変化など現地では観測できても，実験ではきわめて小さすぎて測定のできない量をとらえられることも大きな利点である。これに対して短所としては，得られる数値がその方式上ある空間の平均値となってしまう点である。特に鉛直一層二次元モデルでは鉛直平均化されたものしか得られないため，鉛直循環流，成層現象などに対しては無力なものとなってしまう。さらに要素，メッシュ分割法，境界条件，時間積分法などいまだ明確に正しいといえる方式が確立していない問題も残っていて，誤差評価とあわせて早急に検討しなければならない点も多い。現状では各計算機ソフトの会社や研究者が独自に，それぞれ千差万別の方法で数値計算を行なっている段階といえよう。

ここでは湖沼における吹送流を中心に過去に行なわれた数値解析の手法を分類する。次に計算上問題となる時間積分法，境界条件の与え方，諸係数など，簡単なモデルを対象にその特性を評価する。最後に実際の数値計算例として，モデル湖に対する Ekman-type model，霞ヶ浦湖地形模型，霞ヶ浦現地への鉛直一層二次元モデルの適用を行ない，2.，3. で得られた現地調査，模型実験との比較検討を行なう。

4.2　湖流計算に関する一般的考察

4.2.1　計算手法の分類

湖沼における吹送流の数値解析法はその基本方程式から見て，外海との接合域での水位条件などを除けば，海域でよく行なわれている風を考慮に入れた潮流計算とほぼ同じである。方法及び外国での成果例に関しては Chengら[1]に詳しい。彼らは方式を次のように四種のタイプに分類している。(1) layered model, (2) level model, (3) Ekman-type model, (4) three-dimentional model であり，それぞれの方式の特徴は以下のようにまとめることができる。

（1） layered model

湖を鉛直方向に均一な密度を有する何層かに分けて，層内の密度は変化せず，層間で伝達されるのは運動量だけであるという条件のもとで，それぞれの層断面での平均流速（$\bar{u}$, $\bar{v}$）及び層境界の位置（ζ）に関する運動量方程式と連続式を静水圧式を利用して，同時又は交互に解くことにより解をもとめる。鉛直流速wは各地点で層厚の変化によりもとめられる。底面，層間の抵抗係数の与え方や，密度差のある成層状態を対象にした場合に層間で混合がないという仮定に問題がある。一層モデルには数多くの報告があり，二層のものとしてはYuenによるOntario湖モデルがある[1]。

（2） level model

湖を何層かの位置の変化しない層に分け，各層ごとの鉛直平均流速（$\bar{u}$, $\bar{v}$），及びグリッド点ごとの鉛直流速成分(w)，圧力（p）を，鉛直積分した運動量方程式，連続式及び静水圧の式を順次解くことによりもとめる。状態方程式，エネルギー方程式を用いれば密度（ρ），温度(T)なども各グリッドごとの変数とみなすこともでき，密度流を取り扱うことも可能である。Simon[2]によるOntario湖での4層モデルが有名である。（1）と同様に底面，層間での摩擦係数の与え方に問題がある。

（3） Ekman-type model

この方式は4.4.で実際に用いての計算を行なうため詳しくその方法を述べる。定常な状態で，慣性項，水平粘性項が他項に比べ小さいと仮定すれば，次のような基本方程式が得られる。

$$-\bar{v}^* = -\frac{\partial \zeta^*}{\partial x^*} + E_z^* \frac{\partial^2 \bar{u}^*}{\partial z^{*2}} \tag{4.2.1}$$

$$\bar{u}^* = -\frac{\partial \zeta^*}{\partial y^*} + E_z^* \frac{\partial^2 \bar{v}^*}{\partial z^{*2}} \tag{4.2.2}$$

$$\frac{\partial \bar{u}^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial y^*} + \frac{\partial \bar{w}^*}{\partial y^*} = 0 \tag{4.2.3}$$

それぞれの変数は次のように無次元化されている。$x^* = \frac{x}{L}$, $y^* = \frac{y}{L}$, $z^* = \frac{z}{H}$, $\zeta^* = \frac{g\zeta}{fLu_r}$, $\bar{u}^* = \frac{\bar{u}}{u_r}$, $\bar{v}^* = \frac{\bar{v}}{u_r}$, $E_z^* = K_z/fH^2$。ここでLは湖の水平スケール，Hは水深，u_rは基準流速である。境界条件としては水底で

$$\bar{u}^* = \bar{v}^* = \bar{w}^* = 0 \qquad \text{at} \quad z^* = -h^*(x, y) \tag{4.2.4}$$

と（$h^* = h(x, y)/H$），水面での

$$\frac{\partial \bar{u}^*}{\partial z^*} = \tau_{wx}^*, \quad \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial z^*} = \tau_{wy}^* \qquad \text{at} \quad z^* = 0 \tag{4.2.5}$$

である（$\tau^*_{wx}=\tau_{wx}H/\rho K_z u_r$, $\tau^*_{wy}=\tau_{wy}H/\rho K_z u_r$）。ここで次式の複素数表示を用いれば，

$$W^*=\bar{u}^*+\mathrm{i}\bar{v}^*,\quad p^*=\frac{\partial\zeta^*}{\partial x^*}+\mathrm{i}\frac{\partial\zeta^*}{\partial y^*} \tag{4.2.6}$$

となり（$(\mathrm{i})^2=-1$），式（4.2.1）（4.2.2）は次のように書きかえられ，W^*に関して解くことが可能となる。

$$E^*_z\frac{\partial^2 W^*}{\partial z^{*2}}-\mathrm{i}W^*=p^* \tag{4.2.7}$$

$$W^*=\frac{\sinh\lambda(h^*+z^*)}{\cosh(\lambda h^*)}\ \frac{(\tau^*_{wx}+\mathrm{i}\tau^*_{wy})}{\lambda}-\mathrm{i}\left(\frac{\cosh\lambda z^*}{\cosh\lambda h^*}-1\right)p^* \tag{4.2.8}$$

ここで $\lambda=(\mathrm{i}/E^*_z)^{1/2}$ である。式（4.2.8）で未知数は p^* である。ligid lid の仮定を用いて鉛直平均流速は次のように書ける。

$$\left.\begin{aligned}\bar{u}^*&=\frac{1}{h^*}\int_{-h^*}^{0}\bar{u}^*\mathrm{d}z=\frac{1}{h^*}\ \frac{\partial\psi^*}{\partial y^*}\\ \bar{v}^*&=\frac{1}{h^*}\int_{-h^*}^{0}\bar{v}^*\mathrm{d}z=\frac{-1}{h^*}\ \frac{\partial\psi^*}{\partial x^*}\end{aligned}\right\} \tag{4.2.9}$$

これを用いて式（4.2.3）の連続式は定常問題であるので

$$\frac{\partial}{\partial x^*}(h^*\bar{u}^*)+\frac{\partial}{\partial y^*}(h^*\bar{v}^*)=0 \tag{4.2.10}$$

となり，式（4.2.9）に示した流れ関数 ψ^* を用いれば，式（4.2.8）を $-h^*\sim0$ で積分し，p^* を消去して ψ^* に関する楕円型の方程式が得られる。

$$\nabla^2\psi^*=\mathrm{a}\frac{\partial\psi^*}{\partial x^*}+\mathrm{b}\frac{\partial\psi^*}{\partial y^*}+\mathrm{c} \tag{4.2.11}$$

a，b，c は τ^*_{wx}，τ^*_{wy}，E^*_z，h^* の関数として与えられるので，ψ^*=const. の境界条件を用いれば ψ^* が決定できる。次に式（4.2.8）を鉛直積分した p^* の存在する式に代入して p^* をもとめる。p^* がもとまれば式（4.2.8）より $\bar{u}^*$，$\bar{v}^*$ の各水深での値がもとまる。$\bar{w}^*$ は式（4.2.3）を $z=h$ まで積分して得られる。コリオリ項を省略したときの式（4.2.11）は式（1.3.22）で示してある。

Ekman-type モデルをこのような形で最初に用いたのは Liggett と Hadjithodorou[3] である。この後 Liggett[4),5)] により非定常問題に，Lee と Liggett[6),7)] により成層状態に，Tomas[8)] により K_z の鉛直変化を考慮した系に適用されている。この方法の長所は鉛直流速分布が連続にもとまるという点と，非線形項を含まないため計算が安定であるということであるが，同時に慣性項，水平粘性項を評価できないという短所が存在する。

（4） three-dimentional model

（1），（2）の多層モデルにおいては，u，v の鉛直分布，wの算定も可能ではあるが，あくまでもu，v は層平均された値としてもとまる。これに対しここでいう三次元モデルとは u，v，w成分あるいは x，y，z 方向を同等に扱おうとする方法である。代表例として Liggett[9] によるセル法がある。この方法では水域を三次元的にセルで分割し，u，v，w は staggerd-grid システル的に各格子面上に配置される。x，y 方向の運動量方程式は各セルごとにたてられ，微分は隣接する各セルでの値の差分として定義される。また，この二式をそれぞれ鉛直積分し，x，y で偏微分したものを足しあわせることにより圧力方程式を導いている。水面では ligid lid の仮定を用いて水位変化は考えず，ここではw成分はゼロとおく。以上の運動量方程式，圧力方程式（静水圧の仮定も考慮して），連続式を順次解くことにより（u，v，w，p）をもとめてゆく方法である。この方式はより精度のよい数値解という意味では確かなものと考えられるが，計算に要するメモリー，時間などの点で現在の段階では実際の水域に対して小水域でない限りあまり利用されていない。

4.2.2　日本における吹送流計算例

表4-1に最近日本で行なわれた，湖沼での吹送流の数値解析例に関して，発表者，年度，対象水域，モデルのタイプ，数値計算方式，水平粘性項，慣性項の有無（Y—存在，N—省略），C_f，底面摩擦の形，境界条件の与え方をまとめたものを示す。水平粘性項のYの横に書かれた数字は水平粘性係数の大きさを示す。和田らのものは三河湾を対象としているが，セル法を用いていることにより，及び堀口らのものは三次元手法（実際には鉛直二次元）を適用しているため選んだ。

表　4−1　最近日本で行なわれた湖流数値計算のまとめ

Table 4−1　Rearrangement of reported numerical simulation models for wind driven current in lakes in Japan

発表者	発表年度	対象水域	モデルのタイプ	数値計算方式	水平粘性項の有無	慣性項の有無	C_fの大きさ	底面摩擦の形	境界条件の与え方	その他
南部他[10]	1974	霞ヶ浦	一層モデル	差分	Y(不明)	Y	0.0013	2	non-slip	
金成[11]	1974	琵琶湖	二層モデル	差分	N	N	0.0026	3	slip	
今里他(A)[12]	1975	琵琶湖	一層モデル	差分	N	Y	0.0013	1	non-slip	
今里他(B)[13]	1975	琵琶湖	一層モデル	差分	Y($10^4 cm^2/s$)	N	0.0013	N	non-slip	
西他[14]	1976	琵琶湖	Ekman-type	差分	N	N	0.0013	non-slip	slip	$K_z=16.2cm^2/s$
和田他[15]	1976	三河湾	セル法，10層	差分	Y(不明)	Y	0.0032	non-slip	non-slip	
松岡他[16]	1978	琵琶湖南湖	一層モデル	有限要素法	N	Y	0.0013	2	non-slip	
堀口他[17]	1977	モデル湖	三次元モデル	差分	Y($10^3 cm^2/s$)	Y	0.0015	2	不明	
岩佐他[18]	1978	琵琶湖南湖	一層モデル	差分	N	Y	0.0013	1	slip	
余越他[19]	1978	諏訪湖	Ekman-type	有限要素法	N	N	$(1+0.07W)\times10^{-3}$	non-slip	不明	$K_z=5.60\times10^{-4}\sqrt{C_f}hW$
川原[20]	1978	霞ヶ浦他	一層モデル	有限要素法	Y($10^5 cm^2/s$)	Y	0.003程度	non-slip	slip	

Y：存在する。N：存在しない。底面摩擦の形　1；$\tau_b=\rho_w\gamma_b^2 V|V|-0.5\frac{\gamma_b^2}{\gamma_s^2}\tau_s$，$\gamma_b^2=0.0026$，$\gamma_s^2=0.0013$。

2；$\tau_b=\gamma_b^2 V|V|$，$\gamma_b^2=0.0026$。3；$\tau_b=\rho_w K_w V-\beta\tau_s$，$\beta=1$，$K_w=2.6\times10^{-2}$(cm/sec)。

この中で特徴を述べれば，まず今里ら（A）は慣性項，底面摩擦項の省略や，水深を一定にしたときの解をもとめ比較を行なっている。今里（B）はこうした検討の上で成立したモデルである。岩佐らは同時に拡散方程式を解いている。また南部ら，松岡ら，堀口らは沈降性物質に関する拡散方程式と組み合わせている。金成は特にセイシュ，内部セイシュ（内部ケルビン波）に注目して解析を進めている。表4-1に示した各項の有無あるいは係数の大きさについては4.3で著者らのモデルを示すときに比較を行なうことにする。

4.3　計算手法と問題点

4.3.1　鉛直一層二次元モデル

4.2.1にも述べたように，湖流特に吹送流の計算方式には各種のものがあり，それぞれ特有の長所，短所を有している。我々は湖における吹送流，セイシュの把握及びこれらの流れにより生ずる拡散・混合現象の評価を目的としていて，数値シミュレーションにおいても，最終的には生物反応を含めた長期水質汚濁予測方式の確立を目標としている。以上をふまえた上で我々は湖流・混合に関する数値解析を行なってゆくためのプログラムを作成した。表4-2にその内容を示す。現段階で既に行なったものはStep 2のEkman-type modelとStep 3であるのでこれを説明する。Ekman-type modelについては4.2.1（3）に詳しくその方式を示したので，ここではStep 3の鉛直一層二次元モデル（以後一層モデルと略す。）について述べる。このモデルの特徴は鉛直一層のため吹送流の鉛直循環，湧昇などという鉛直流れ，分布特性に関する情報は得られないという短所をもち，再現できる現象としては地形変化，コリオリ力などによる水平循環流と表面長周期水位変化つまりセイシュである。基礎方程式は式(1.3.2)(1.3.3)であるが再掲すると，

$$\frac{\partial U}{\partial t}=fV-g(h+\zeta)\frac{\partial \zeta}{\partial x}-(h+\zeta)\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{U^2}{(h+\zeta)^2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{UV}{(h+\zeta)^2}\right)\right\}$$
$$+K\nabla^2 U+\frac{\tau_{wx}}{\rho}-\frac{\tau_{bx}}{\rho} \tag{4.3.1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}=-fU-g(h+\zeta)\frac{\partial \zeta}{\partial y}-(h+\zeta)\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{UV}{(h+\zeta)^2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{V^2}{(h+\zeta)^2}\right)\right\}$$
$$+K_L\nabla^2 V+\frac{\tau_{wy}}{\rho}-\frac{\tau_{by}}{\rho} \tag{4.3.2}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\right) \tag{4.3.3}$$

U，Vは鉛直積分流量，ζは水位，hは水深，fはコリオリ係数，K_Lは水平渦動粘性係数，τ_{wx}，τ_{wy}は風による表面摩擦応力，τ_{bx}，τ_{by}は底面摩擦応力である。表4-1中の一層モデルはすべてこのような連立の偏微分方程式を基礎方程式として，（U，V，ζ）を未知数として解いている。

表　4—2　湖流・混合現象の数値解析のためのプログラム
Table 4−2　Program for numerical simulation of wind driven current and mixing process in lakes

	対　象	モ デ ル	目　的	比　較
Step 1	鉛直二次元モデルによる吹送流の数値計算	(x, z) モデル	●多層化による流れの鉛直分布の表現 ●その近似度の評価	直水槽実験
Step 2	基本地形における吹送流の数値計算	Ekman-type model 鉛直一層モデル	●基本的流れ特性の把握と理論との比較 ●慣性項の役割り	理論 モデル湖実験
Step 3	実地形における吹送流，セイシュの数値解析	鉛直一層二次元モデル	●水平循環流の再現性 ●セイシュ計算による基本諸係数のチェック	霞ヶ浦吹送流模型実験，現地調査
Step 4	実地形における吹送流，セイシュの数値解析	多層又は三次元モデル	●多層化による近似度増加の評価	同　上
Step 5	実地形における混合現象の数値解析	鉛直一層二次元モデル，多層又は三次元モデル	●時間刻み，諸係数の与え方の検討 ●生物反応を含む物質（COD, Chl$a$など），沈降性物質（SSなど），鉛直成層物質（DOなど）の予測方式の検討	同　上

4.3.2　有限要素法による定式化

式 (4.3.1) ～ (4.3.3) を実際の湖沼で解くには格子あるいは要素分割した有限個の各節点上の値をもとめることになる。その方式には差分法と有限要素法が考えられている。ここでは任意形状に要素を選べるという利点をもつ有限要素法（以後FEMと略す。）を用いた。FEMの定式化にあたっては，流体計算に一般的に用いられるGalerkin法を用いた。つまり基礎方程式を各要素ごとに重み関数w(x, y) を掛けた後に積分し， w(x, y) には各要素中の値を近似する形状関数を用いている。こうして各節点値に関する非線形連立方程式形が得られるわけであるが，その形は次のように線形近似したものとして書くことができる。

$$[C]\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial t}+[A]\boldsymbol{\Phi}+\mathbf{b}=0 \tag{4.3.4}$$

$\boldsymbol{\Phi}$ は $\phi_i=(u_i,\ v_i,\ \zeta_i)$ を要素とする行列，$[C]$ は非定常項にかかる係数行列，$[A]$ は水平粘性項，圧力項を意味する係数行列，$\mathbf{b}$ は移流項，風・底面摩擦項，コリオリ項を意味する。式 (4.3.4) の問題点及び時間積分法については後で述べるとして，要素分割法，形状関数の説明をしておこう。要素としては霞ヶ浦分割図図4-2にあるように，4角形8節点要素を用いている。従来

のFEMには3角形6節点要素が一般的であったが，これとの精度，微係数の連続性の点での違いなどは専門書に譲る。4角形8節点要素はセレンディピティ型矩形要素と呼ばれ，形状関数（試行関数）と，任意の4角形要素を正方形要素に座標変換する際に用いる多項式関数に同じものを選ぶというアイソパラメトリック技法を適用することが非常に簡単である[21]。また形状関数として二次のものを用いている。

4.3.3　水平渦動粘性係数K_L，風及び底面摩擦係数 τ_{wind}，τ_b

式(4.3.1)～(4.3.3)中で必要な係数K_Lの大きさ，τ_{wind}，τ_bの表式についてまとめてみる。

(1)　K_L

表4-1に示した各研究報告の中でも，水平粘性項は加えられている場合もあれば省略されているケースもある。つまり流れの決定という面ではあまり重要な役割りをもっていないことをあらかじめ見通しているものと考えられる。しかしながらここでいうK_Lとは，現地で局所的に観察されるK_Lとは異なったものである。つまり要素分割という手法で構成された基本方程式はあくまでも要素内を積分して得られるもので，求まる(u, v, ζ)もまたこの要素スケールで平均化された値と考えるべきである。こうした意味においても，K_Lは要素分割の方法により変化すると考えたほうが妥当であると考えられる[22]。このような観点から，ここでは要素スケールを長さスケールとして選び，リチャードソンの4/3乗則を適用してK_Lを決定した。

$$K_L=\beta(\Delta A)^{2/3} \tag{4.3.5}$$

ここでβは係数，ΔAは各要素の面積である。βの値は実際の数値計算結果のところで示す。

(2)　τ_{wind}

$\boldsymbol{\tau}_{wind}$の成分 τ_{wx}，τ_{wy}は$|\boldsymbol{\tau}_w|$が風速の2乗に比例するとして次のような形で与えた。

$$\tau_{wx}=\rho_a C_f W_x\sqrt{W_x^2+W_y^2} \tag{4.3.6}$$

$$\tau_{wy}=\rho_a C_f W_y\sqrt{W_x^2+W_y^2} \tag{4.3.7}$$

W_x，W_y は風速の成分である。厳密には1.1にも述べたようにC_fは風速，波などの関数となる可能性があるが，その際には直接せん断力を比較すれば済むことでもあるのでこうした形とした。C_fの大きさは吹き寄せの実測値などを利用すれば逆算できることを4.4で示す。

(3)　τ_b

τ_bの表式については流れの状態により式(1.3.5)～(1.3.8)のようなタイプが考えられ，また実際にも表4-1に示されるように各種のものが用いられてきた。ここでは上野[23]の論文中に示さ

れている，Reid が混合長の仮定のもとに流速分布を推定し，その結果得られた次式を用いることにした。

$$\tau_{bx}=\frac{\rho\gamma_b^2 U\sqrt{U^2+V^2}}{(h+\zeta)^2}-k\tau_{wx} \tag{4.3.8}$$

$$\tau_{by}=\frac{\rho\gamma_b^2 V\sqrt{U^2+V^2}}{(h+\zeta)^2}-k\tau_{wy} \tag{4.3.9}$$

$k=0.25$，γ_b^2 の値については K_L と同様に4.4 で述べることにする。

4.3.4　境界条件

境界点で流速の法線成分のみゼロとおき，接線成分については法線方向への微係数をゼロとする slip 条件と，法線，接線成分ともにゼロとする non-slip 条件がある。厳密な境界値問題として考える場合には non-slip 条件をとらねばならないが，ここでもとめているような潮流計算などでは要素分割が粗く，non-slip 条件では境界内の運動にも大きく制約を与えてしまうこと，また境界を水深 1 mの所に設けたため，実際にはその外側にも流れが存在することなどを考慮して slip 条件を用いることにした。積分された各要素方程式において，この境界条件は次のような線積分をゼロにすることに相当する。

$$\int_\Omega \mathrm{w}\frac{\partial u}{\partial n}\mathrm{d}s=\int_\Omega \mathrm{w}\frac{\partial v}{\partial n}\mathrm{d}s=0 \tag{4.3.10}$$

$$\int_\Omega \mathrm{w}(u l_x+v l_y)\mathrm{d}s=0 \tag{4.3.11}$$

Ωは全境界線，$\mathrm{d}s$は境界線上に沿っての積分要素，$\partial/\partial n$ は境界の法線方向への微係数,l_x, l_yは境界面に立てた単位法線の方向余弦である。式 (4.3.10) は slip を意味し，式 (4.3.11) は境界を通しての流体の出入りがないことを意味している。また2. 現地観測で示したように，日常時においては，河川流入による流れは，吹送流，セイシュに比べ無視しうる大きさであるので，ここでは流入河川は考慮しないで計算を行なった。

4.3.5　時間積分法

式 (4.3.1) (4.3.2) を積分した方程式は慣性項が存在するため (U, V, ζ) に関して一般に非線形となる。これを直接解くには定常問題に対応して Newton-Raphson 法，摂動法などがあるが[24]，接点数が大ければ非常に計算時間が膨大となり，実用的ではない。差分法においては explicit 方式で，不安定を避けるために慣性項の処理に各種の方法が用いられている。伊藤らは基礎方程式の遷移行列の固有値をもとに，慣性項の差分方式を決定している[25]。Simon は Lax-Wendroff type など 4 つの方式を比較している[26]。また金子らが潮流計算に用いている ADI法とは，x方向，

y 方向を交互にもとめてゆく方式である[27]。有限要素法においても，時間積分は差分を用いて処理されることが多いが，差分法ほど多くの時間積分スキームは開発されていない。例としては Kawahara[28] による Finite Element Lax-Wendroff method がある程度である。ここでは式 (4.3.4) を次のような形で表現した。

$$\left.\begin{aligned}&[C]\frac{\boldsymbol{\Phi}_{t+\Delta t}-\boldsymbol{\Phi}_t}{\Delta t}+[A]\boldsymbol{\Phi}_\theta+\mathbf{b}_\theta=0\\&\boldsymbol{\Phi}_\theta=\theta\boldsymbol{\Phi}_t+(1-\theta)\boldsymbol{\Phi}_{t+\Delta t}\\&\boldsymbol{b}_\theta=\theta\,\boldsymbol{b}_{t-\Delta t}+(1-\theta)\boldsymbol{b}_t\\&0\leqq\theta\leqq1\end{aligned}\right\}\quad(4.3.12)$$

$\theta=0$ では implicit 法，$\theta=1$ で explicit になる。$\boldsymbol{b}_\theta$ を上式のようにおくことには問題があるが，この計算方式では $\theta\neq1$ でも $\{[C]/\Delta t+\theta[A]\}$ の逆行列を1回だけ計算すればよいことになり，計算時間の短縮が可能となるので用いた。

4.3.6 波の伝播に対する時間積分方式の影響

時間積分方式としては式 (4.3.12) を用いるわけであるが，この時 θ の違いがどのような影響を及ぼすかということを理論により明らかにしてみよう。$\theta=0$ の implicit 法では一般に時間刻みを大きくとれる点で有利であると考えられている。しかし Simons[25] は波動に対しては $\theta=0.5$ の中央差分が一番優れていると指摘している。この問題に関しては松本は次のような方法で波動の安定性の検討を行なっている[29]。まず一次元場を考えて，そこでの波動現象を連立偏微分方程式で示すと次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial u}{\partial t}=-g\frac{\partial\zeta}{\partial x}\\&\frac{\partial\zeta}{\partial t}=-h\frac{\partial u}{\partial x}\end{aligned}\right\}\quad(4.3.13)$$

上式をそれぞれ θ_1，θ_2 で時間に関し分配差分を行なうと，$(0\leqq\theta_1,\ \theta_2\leqq1)$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\Delta t}=-\frac{g}{2\Delta x}\{\theta_1(\zeta_{i+1}^n-\zeta_{i-1}^n)+(1-\theta_1)(\zeta_{i+1}^{n+1}-\zeta_{i-1}^{n+1})\}\\&\frac{\zeta_i^{n+1}-\zeta_i^n}{\Delta t}=-\frac{h}{2\Delta x}\{\theta_2(u_{i+1}^n-u_{i-1}^n)+(1-\theta_2)(u_{i+1}^{n+1}-u_{i-1}^{n+1})\}\end{aligned}\right\}\quad(4.3.14)$$

ここで $\boldsymbol{U}=\begin{Bmatrix}u\\\zeta\end{Bmatrix}$ とすると，$\boldsymbol{U}$ は増幅行列 $\boldsymbol{G}(k)$ を用いて次のように書ける。$(\mathrm{i}^2=-1)$

$$U^n=\int\frac{dk}{2\pi}G^n(k)e^{i(ki\Delta x)}\begin{pmatrix}A(k)\\B(k)\end{pmatrix} \tag{4.3.15}$$

ここで A(k), B(k) は $h=0$ の初期条件より定まる。$G(k)$ は式 (4.3.14) の場合，次のように表わせる。

$$G(k)=\frac{1}{1+gha^2(1-\theta_1)(1-\theta_2)}\begin{pmatrix}1-gha^2(1-\theta_1)\theta_2 & -iga\\ -iah & 1-gha^2\theta_1(1-\theta_2)\end{pmatrix} \tag{4.3.16}$$

ここに $a=\Delta t\sin k\Delta x/\Delta t$ である。θ_1, θ_2 の値により $G(k)$ の固有値 λ_1, λ_2 の大きさは以下のように決まる。

$$\left.\begin{array}{ll}
\theta_1+\theta_2=1\text{のとき} & (1-2\theta_1)^2gha^2\leqq 4\text{ で }|\lambda|=1\\
 & (1-2\theta_1)^2gha^2>4\text{ で }\max|\lambda|>1\\
\theta_1=\theta_2=1/2\text{のとき} & \text{常に }|\lambda|=1\\
\theta_1=\theta_2=0\text{のとき} & |\lambda|<1\\
\theta_1=\theta_2=1\text{のとき} & |\lambda|>1\\
\multicolumn{2}{l}{\theta_1=1,\ \theta_2=0\text{のとき (or }\theta_1=0,\ \theta_2=1)\quad \Delta t/\Delta x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{gh}}\text{ で }|\lambda|=1}\\
\multicolumn{2}{r}{\Delta t/\Delta x>\dfrac{1}{\sqrt{gh}}\text{ で }|\lambda|>1}
\end{array}\right\} \tag{4.3.17}$$

式 (4.3.15) より明らかなように λ_1, λ_2 の値により次のように波動の安定性が判定される。

$$\left.\begin{array}{l}
\max|\lambda|<1\ \rightarrow\text{減衰}\\
\max|\lambda|=1\ \rightarrow\text{中立}\\
\max|\lambda|<1\ \rightarrow\text{発散}
\end{array}\right\} \tag{4.3.18}$$

上式を利用しての式 (4.3.17) の判定条件は，実際に式 (4.3.14) を数値計算により解いた場合にも証明された。また霞ヶ浦に適用した有限要素法モデルにおいても $\theta=1/2$ で，Δt が波動周期の1/10以下であれば波高が減衰しないことを確かめた。こうした結論は式 (4.3.12) を解く場合には，$\theta=1/2$ では波が中立であること，$\theta=0$ ではすぐに減衰してしまうことを意味している。

4.3.7 計算安定性

空間スケール Δx が与えられたとき，時間スケール Δt は収束，発散の安定性条件により制約をうける。差分法の時間積分の方式としては式 (4.3.14) で $\theta_1=1$, $\theta_2=0$ の交互に u, ζ をもとめてゆく explicit 方式が多いので，その安定性の条件は次のような Courant–Friedrichs–Lewy の判定条件（CFL条件）と呼ばれるもので表わされる。

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}\geqq\sqrt{2gh_{\max}} \tag{4.3.19}$$

ここで $h_{\max}$ は水域の最大水域。この条件をもとめる際には慣性項，底面摩擦項が基本式にはい

っていないため，上野はこれを考慮に入れて，彼の差方方式について4.3.6 で示した増幅行列の固有値を評価する方法を適用して，次のような条件を導いている[23]。

$$\left.\begin{aligned} &2\cdot gh\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)^2 < 1-|e'|\Delta t \\ &e' = \frac{\partial(U/(h+\zeta))}{\partial x} + 2\frac{\partial(V/(h+\zeta))}{\partial y} + \frac{\gamma_b^2\sqrt{U^2+V^2}}{(h+\zeta)^2} \end{aligned}\right\} \quad (4.3.20)$$

この方式によれば慣性項，底面摩擦項の存在により，Δt の条件は式 (4.3.19) に比べ厳しくなることがわかる。一般的には式 (4.3.20) により安定条件をもとめることは，実際には各項の評価が難しいため無理としても，ひとつの指標とはなりうるだろう。

4.4　数値計算結果

4.4.1　基本モデル湖に対する Ekman-type model 数値計算結果

4.2.1 で説明した Ekman-type model を用いて基本モデル湖における安定状態の湖流の計算を行なった。対象としたモデル湖は3.3 に示した水平循環流実験に用いたモデル湖と同じく，水浅が浅く，吹送方向には水深変化がなく，吹送直角方向に線形な水深勾配を有するものである。既報[30]には図3-10 Type Ⅳ に対応した流れを Ekman-type model により計算した結果を示したが，流速分布はよく一致すること，流速の大きさを実験値とほぼ等しくするためには鉛直渦動粘性係数 K_z を 0.05cm²/s 程度に選ぶべきことを示した。ここではせん断力，K_z，水深勾配などの変化に対する，モデル湖内に生じる鉛直，水平循環流の特性変化を調べたので報告する。(K_z は全水深一定とした。) 箇条書きにまとめると次のようである。

(1)　水平，鉛直循環流の流速の大きさは，水面に与えられるせん断力 τ_{wind} に比例し，K_z に反比例する。

(2)　水深の吹送直角方向への変化率が大きいほど水平循環流の流速は大きくなる。

(3)　水深の増加に比例して，鉛直循環流の流速は増加する。吹送方向直角に一定な水深変化率を有するモデル湖の最大水深を h_1，最低水深を h_2 とした場合，$h_1：h_2$ の比率が等しければ，水平循環流の大きさは h_1 (又は h_2) に比例する。このときには両者ともその流れの大きさは水平スケール (この場合にはモデル湖の幅又は長さ) に関係しない。

(4)　鉛直，水平循環流の大きさの比率を次のようなケースでもとめてみた。τ_{wind}＝0.225dyne/cm²，K_z＝0.05cm²/s，h_{min}＝3.0cm，$\partial h/\partial y$＝0.033，L_y(幅)＝90cm つまり水深は浅い側で3cm，深い側で6cm となるような線形水深変化を有するモデル湖において，鉛直循環流の表面最大流速は3.4 (水深 3cm) ～6.8 (水深 6cm) cm/s で平均5.1cm/s。これに対して鉛直平均の水平循環の最大は 2.6cm/s と鉛直循環流表面流速の約1/2となった。このことは (1)(2)(3) を含めて，式 (1.2.13) 及び式 (1.3.22) を用いて説明される。つまり鉛直循環流の表面流速は K_z を全水深一定として，次式で与えられる。

$$u_{sur}=\frac{\tau_{wind}h}{4\rho K_z} \tag{4.4.1}$$

また水平循環流の大きさは，

$$u_{rot}=\frac{\nabla^2\psi}{h}\cdot\frac{L}{2}=\frac{\tau_{wind}}{4\rho K_z}\frac{\partial h}{\partial y}\cdot L \tag{4.4.2}$$

で与えられる。(1)(2)(3)の結果は直接式(4.4.1)(4.4.2)より明らかである。また(4)の結果もこのケースの場合，$\frac{\partial h}{\partial y}\cdot L=\frac{h}{2}$ であることを考えれば両式の比較により説明されることがわかる。

(5) 次に水深勾配が一定でない場合との比較を行なった。図4-1の(a)は(1)～(4)で検討した線形に水深変化をする基本モデル湖であり，これに対して(b)は中央部で(a)と同じ水深差だけ水深の変化するモデル湖である。鉛直平均した水平循環流の流速分布とモデル湖の横断面形を図に示す。これを見ると特に(b)では中央部で(a)に比べ流速変化の割合が大きいことがわかる。

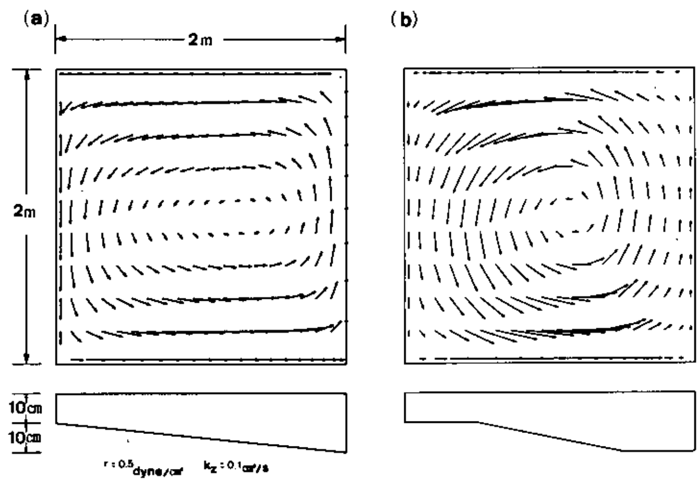


図 4-1 Ekman-type model 数値計算結果 ($\tau_{wind}=0.5\mathrm{dyne/cm^2}$, $K_z=0.1\mathrm{cm^2/s}$)
Fig. 4-1 Flow patterns calculated by Ekman-type model
(a) basin with non-uniform depth as linearly as varied on the lateral direction, (b) basin with non-uniform depth varied in variable rate

以上(1)～(5)に Ekman-type model の数値計算で得られる鉛直，水平循環流の特性を述べたが，既報の結果とあわせて以下のようなことがその利用法に関していえるだろう。(1)～(5)で得られた特性は式(4.4.1)(4.4.2)で表わされるわけであるが，これはあくまでも K_z が全水深で一定という層流的な流れを前提にしたときに得られる結果である。現実の流れとの対応をはかるためには，K_zの鉛直分布を考慮したモデルでなければならない。また K_z の値は風速の大き

さ，水深などにより変化するが，その見積りは混合長の仮定を用いた式（1.2.24）などが考えられる。既報のケースでは $\tau_{wind}=0.225\text{dyne/cm}^2$，$\bar{h}=4.5\text{cm}$ として式（1.2.24）を用いれば $K_z=0.092\text{cm}^2/\text{s}$ となり $0.05\text{cm}^2/\text{s}$ に比べ若干大きいが，この式を第一次近似として用いることが可能と考えられる。

4.4.2　鉛直一層二次元モデルの霞ヶ浦への適用

（1）　要素分割

図4-2に示すように4角形要素を組み合わせることにより霞ヶ浦を分割した。側境界である汀線は水深1 mの位置とした。アイソパラメトリック技法を用いたため，曲線で表わされる境界も表現できる。全要素数は60，全節点数は239とした。

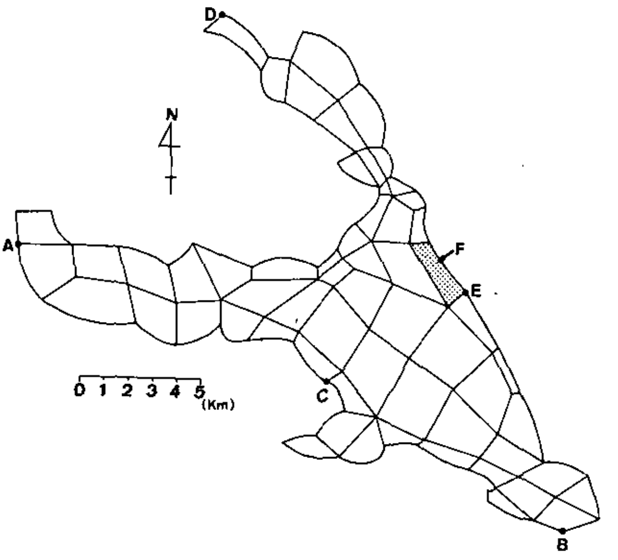


図　4－2　霞ヶ浦数値シミュレーション要素分割図
Fig. 4－2　Finite element display of Lake Kasumigaura

（2）　セイシュの再現性

2.5.1 の土浦での2週間にわたる水位連続観測との比較を目的とし，その時の風向・風速のデータを数値計算の入力データとして用いて水位，流速の数値計算を行なった。計算条件はまず $\theta=1/2$ と波高を保存する方式で，$\Delta t=10\text{min}$，$C_f=0.001$，$n_1=0.02$，$\beta=0.01$（MKS単位）とした。これによって得られた土浦（図4-2中A）での水位変化を図4-3に示す。n_1 は式（1.3.10）により γ_b^2 に変換できる。再掲すれば，

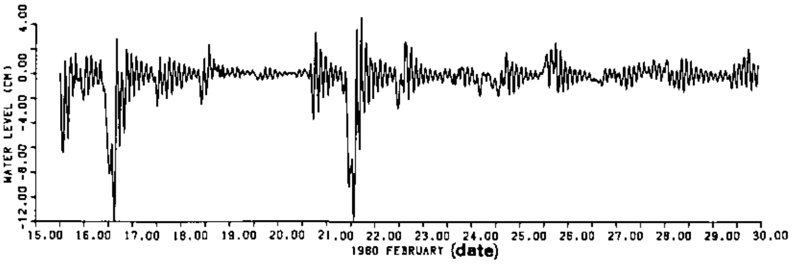


図　4−3　一層モデルによる土浦地点での水位変化シミュレーション
Fig. 4−3　Simulation results of water level fluctuations at Tsuchiura (St.A)

$$\gamma_b^2=\frac{gn_1^2}{h^{1/3}} \tag{4.4.3}$$

である。$\bar{h}=4$m とすれば $n_1=0.02$ は $\gamma_b^2=2.47\times10^{-3}$ である。現地観測結果図2−19と比較すると，

i）強風の吹き始めた時の水位の急激な変化の様子はよく一致している。

ii）図2−19中Aで示したピーク（振幅5cm）に対応した数値計算結果の振幅は約7.7cmであり，他のピークも同様に数値計算結果の方が大きい。n_1，β の値も若干関係するが，主に C_f が大き過ぎたのではないかと思われる。ピークの振幅比を等しくするためには $C_f=6.5\times10^{-4}$ と極めて小さい値となる。

iii）河川流入水などの影響で，現地観測結果にはドリフトが多く見られるが，数値計算ではこの影響を考慮していないためドリフト的変化は見られない。

iv）図4−4に水位時系列データのスペクトルを計算した結果を示す（Δt=10min,ハニング3回）。

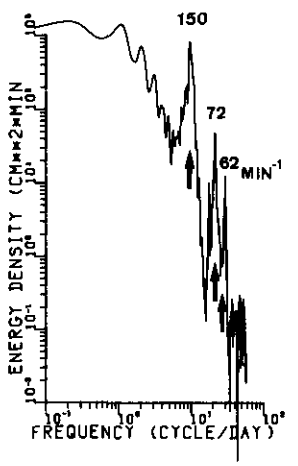


図　4−4　数値計算により得られた水位変動のスペクトル特性
Fig. 4−4　Wave energy spectrum of seiche oscillation in St.A-numerical simulation

ピーク周期は150，72，51min と図2-20の141，80，63min とよい一致を示す。

v）減衰の速さは波形が保存されるため現地観測に比べ遅いように見られるが，実際には後に図4-5で示されるように早いことがわかる。

以上の結果から係数 C_f，n_1，β の選び方が適当であれば，水位変化は相当正確に数値計算により推定されるであろうということがわかる。

次に同じ係数の条件において，NESW の4風向の定常風，9.0m/s に対する，湖内4点（図4-2，ACBD）での吹き寄せ水位及び風スタート時の波高の大きさ（H）の数値計算結果をまとめたものを表4-3に示す。この表を見ると土浦，高浜で水位差が大きいこと及びN-S，E-W でそれぞれ吹き寄せ水位は正負逆でほぼ等しい値となっていることがわかる。つまり慣性項の影響が少なく線形な解となっている可能性が大きい。詳しくは（3）の所でその影響を調べる。H の大きさは吹き寄せ水位と同程度であった。

表　4−3　一層モデルによる霞ヶ浦水位変動のシミュレーション結果——風向のちがいによる呼き寄せ水位と波高の大きさ

Table 4−3 Set up water level and amplitude of seiche - simulation results

風向	土　浦(A)		美　浦(C)		牛　堀(B)		高　浜(D)	
	吹き寄せ	波高(H)	吹き寄せ	波　高	吹き寄せ	波　高	吹き寄せ	波　高
N	−2.0	4.2	1.4	1.2	4.2	2.8	−7.4	6.4
E	8.0	9.4	−0.6	2.1	−4.2	4.0	5.8	4.4
S	2.2	4.2	−1.4	1.2	−4.2	2.8	7.4	6.6
W	−8.0	9.6	0.6	2.1	4.2	4.2	−5.8	4.4

(cm)

次に係数の変化による減衰の速さの変化を調べるために，Wの風9m/s の吹き始めの時の土浦地点での波高 $\Delta\zeta$ の時間変化をもとめ，図4-5に示す（Δt=5 or 10min）。n_1，β の組み合わせは10通りで行なったが，$n_1=0.02$，$\beta=0.20$では1周期でほぼ減少してしまうため，図には記していない。また Δt の刻み方によるセイシュ振幅の変化は Δt=1，5，10，20min で試みた結果，Δt の増大とともにピーク高さが若干小さくなる傾向をもつが，10min 以下ではほとんど変化しないことを確認してある。この結果 Δt はセイシュ周期の1/10以下に選べば問題がないといえる。

さて図4-5は対数プロットであり，1.にも記したように層流型である。この図を見ると $n_1=0.01$ の場合及び $n_1=0.02$，$\beta=0.002$，0.0005の3ケースの3周期目以降を除き直線によくのっていることがわかる。このため乱流型の逆数プロットでは直線にのらなかった。このことは流れの減衰には n_1 より決まる流速の2乗に比例する形の底面摩擦よりも，β で決定される流速の1乗に比例する形の水平粘性が効いていることを意味する。$n_1=0.02$，$\beta=0.002$，0.0005 では逆数プロットで直線となるような減衰の仕方を示していて，n_1 の影響の方が β の影響より大きくなっている。$n_1=0.02$ で β が0.0005以下の場合には（3）で述べる u_{rot} は変化するが，減衰の仕方はあまり変

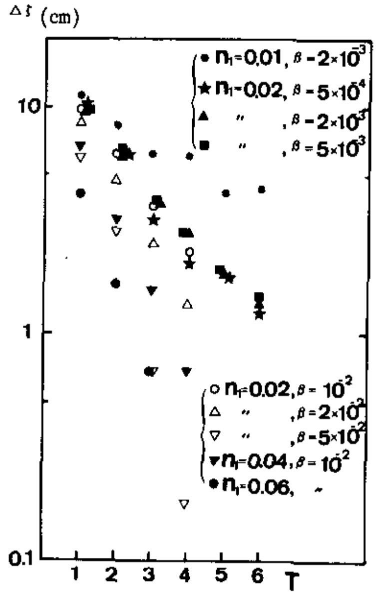


図　4－5　水位振動の減衰の速さの n_1，β による変化

Fig. 4－5　Variation of decrease rate of seiche amplitude with n_1 and β

わらず，ただ高周波の振動が増すだけであった。ここで現地観測結果 $\alpha_{10}=0.239$ を再現するための n_1，β の選び方を考えてみよう。現地観測では風の吹いていない状態が1日以上続くことはなく，セイシュの減衰の様子を調べることができるのは最大4周期程度であった。このため図2-21 a，bでは層流型，乱流型の判断は難しい。しかしこのときの波高 $\Delta\zeta$ は1～2cmが大部分であるので図4-5でもその範囲の減衰の仕方を見ると $n_1=0.02$，$\beta=0.002$，0.0005で $\alpha_{10}=0.288$ とほぼ現地での結果と近い値を示している。$n_1=0.01$ では減衰率は小さすぎる。$n_1=0.02$ は γ_b^2 で表わすと約2.47×10^{-3} であるので，この程度の n_1 が適当ではないかと考えられる。また β の値をCGS系に書きなおすと，式(1.3.4)中の係数 a_4 は $21.5\beta(\mathrm{cm}^{2/3}\,\mathrm{s}^{-1})$ となる。一般に a_4 は0.01～0.1との報告が多いので $\beta=4.7\times10^{-4}\sim4.7\times10^{-3}$ であり，$\beta=0.002$，0.0005はこの範囲にはいっている。以上のことを総合して判断すれば，$n_1=0.02$，$\beta=0.0005\sim0.002$ とおくことが適当ではないかと考えられる。

最後に2.5.2の湖岸5地点での水位連続観測時の風データを用いて，水位変化の数値予測を行ない，数か所での水位相互相関をもとめた。結果を図4-6に示す（$\Delta t=10\mathrm{min}$，$n_1=0.02$，$\beta=0.002$)。図2-23と比較すると，例えば土浦と潮来の相互相関の場合（図4-2中AとB），最初のピーク位置が現地で若干遅れていることを除けばよく一致している。

以上のことをまとめてみると，n_1，β などの係数の選び方が適当であれば，この一層モデルでは $\theta=1/2$ としてセイシュの再現性は極めてよいといえる。

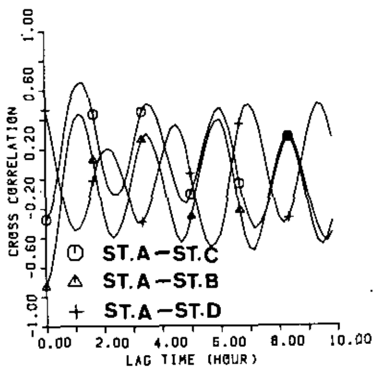


図　4－6　数値計算により得られた水位変動の相互相関

Fig. 4－6　Cross correlation between water level fluctuations at a few points along shore line (numerical simulation)

（3）　流れの再現性

まず図4-7にNESWの各風向，9m/sの定常風速に対する，得られた流速分布を示す。Δt =5min, θ=0.5, n_1=0.02, β=0.002, C_f=0.001 ステップ数200の条件である。図4-8には以上と同じ係数条件でEの風，3.0及び6.0m/sに対する流速分布を示す。また図4-9に図4-2 E点における $\bar{u}$, $\bar{v}$, ζ の数値計算結果の時間変化を示す（風向W，9.0m/sの風)。図中破線は θ=0.0つまりimplicit法の場合である。θ=0.0では高周波の波動が抑えられているが，収束値は θ=0.5 と変わらない。この結果最終的に得られる流速分布も同一となる。θ=0.0の方が Δt を大きく選べるので，非定常状態，セイシュなどの波動を問題としない場合には θ=0.0として行なうことが非常に有効な方法となりうることがわかる。

さてまず図4-7，4-8より風速のちがいにより得られる流速値及び流速分布の特性について考えてみよう。流速分布のパターンは図4-7，図4-8に示したEの風9m/s，6m/s，3m/s の風速に対する計算結果を見るとほぼ一致していることがわかる。次に流速の大きさは図4-2中E点での値を比較してみると 3m/s で 2.84cm/s，6m/s で 7.67cm/s，9m/s で 13.0cm/s である。比率で見ると $u_{3m/s}:u_{6m/s}:u_{9m/s}$=1：2.7：4.6となる。他点でもほぼ同一の比となっている。こうした比率となった理由には流速範囲によって，n_1，β の効き方が異なることが考えられる。つまり風速が小さく，流速が小さい場合には β による水平粘性が卓越し，式（1.3.17）で示されるように，流速の大きさはせん断力の大きさつまり風速の2乗に比例するように増大する。また流速が大きくなると n_1 による底面摩擦が卓越し，式（1.3.18）で表わされるように，流速の大きさはせん断力の1/2乗つまり風速に比例することになる。ここで用いた n_1，β の値では風速3～9m/sで $\beta\rightarrow n_1$ への流れ支配構造の遷移領域にあたり，このような比率が得られたものと考えられる。このことは後に示す図4-10の u_{rot} の n_1，β による変化の傾向とも一致する。

次に図4-7より風向のちがいによる流動パターンの変化を見てみよう。この図よりNとS，Eと

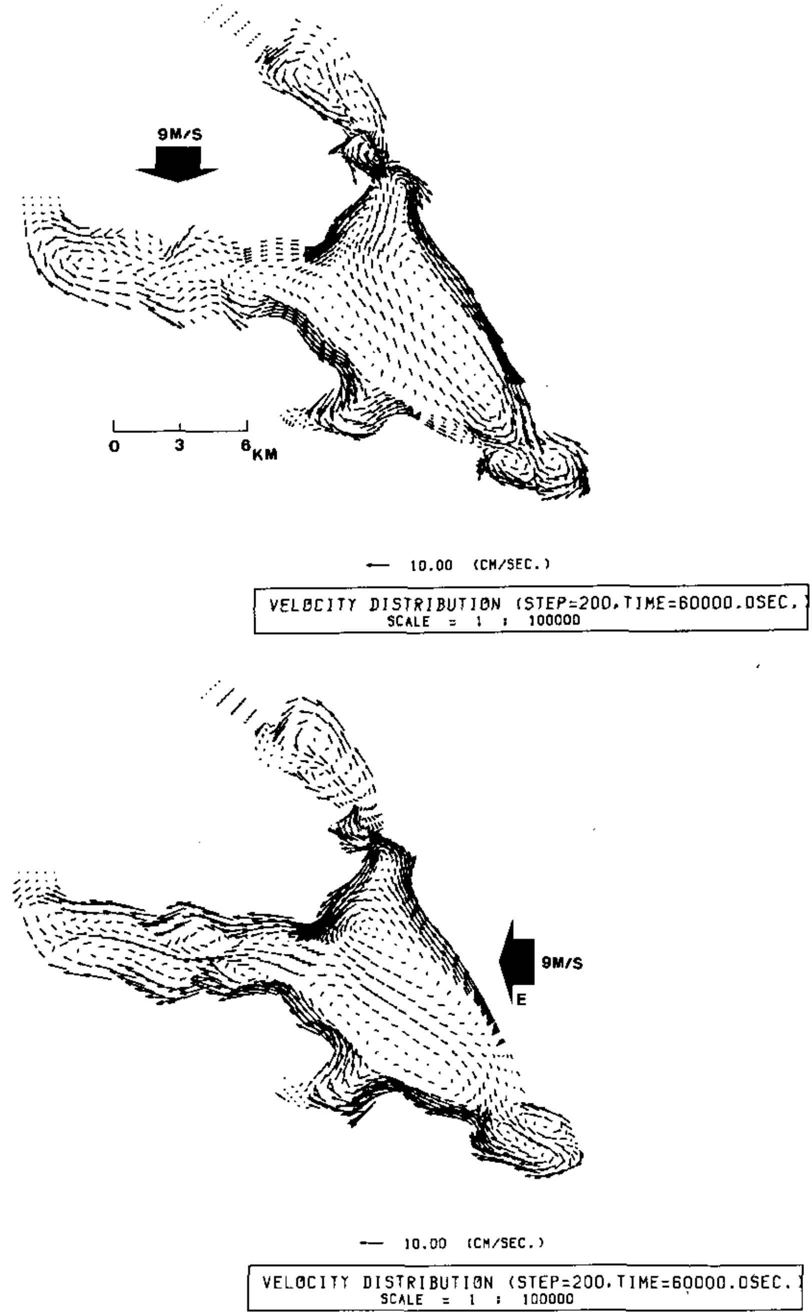
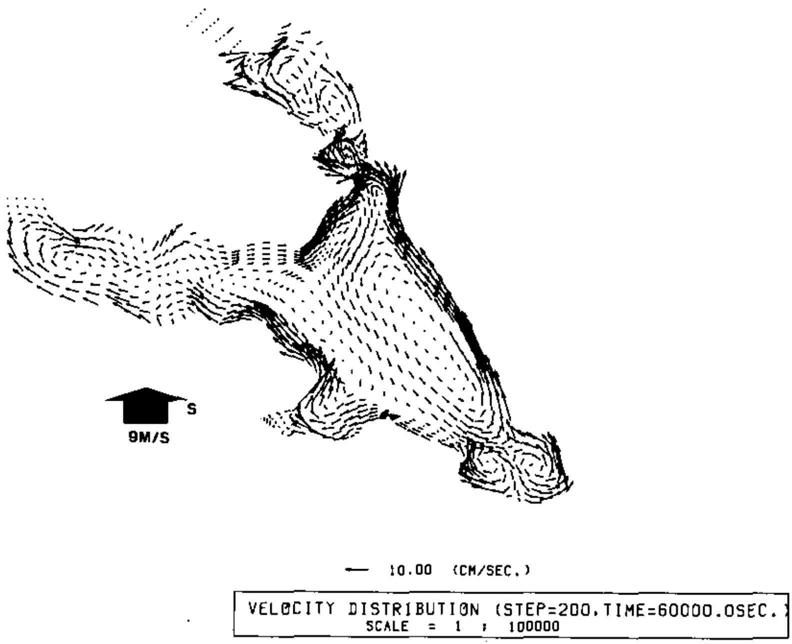


図　4−7　霞ヶ浦現地に対する湖流シミュレーション結果（W=9.0m/s）

Fig. 4−7　Flow patterns obtained by numerical simulation for proto type at W=9.0m/s.



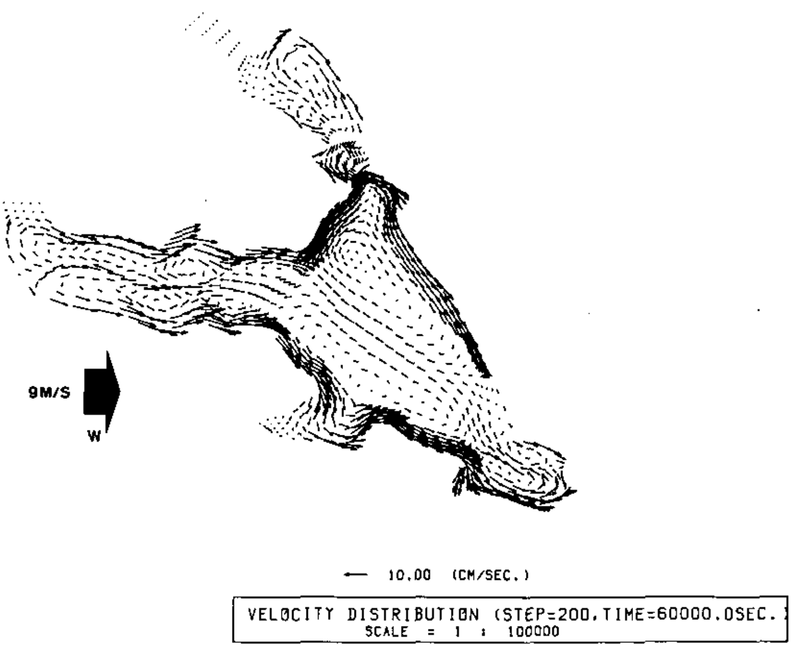


図 4 −7 (つづき)

Fig. 4−7 (Continued)

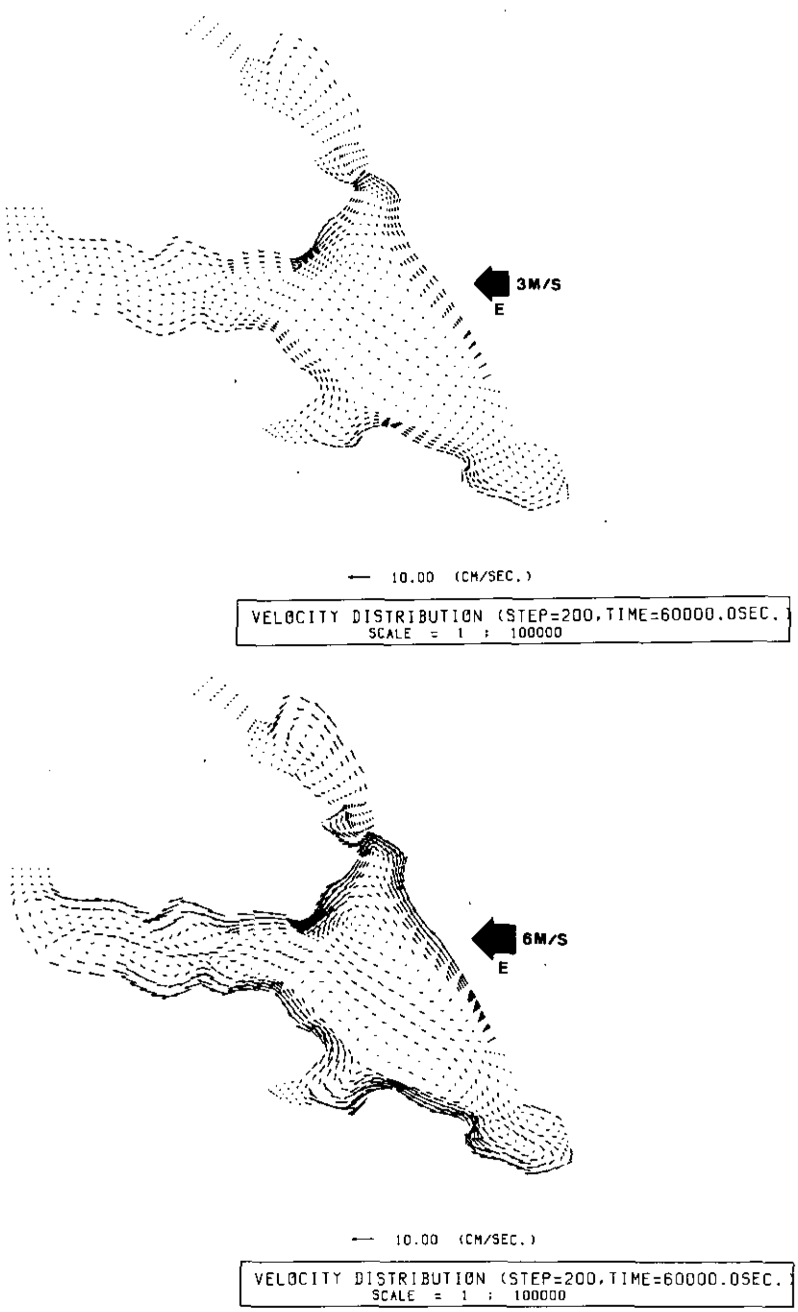


図　4−8　霞ヶ浦現地に対する湖流シミュレーション結果 (風向, W=3.0, 6.0m/s)

Fig. 4−8　Flow patterns obtained by numerical simulation for proto type at W=3.0m/s and 6.0m/s

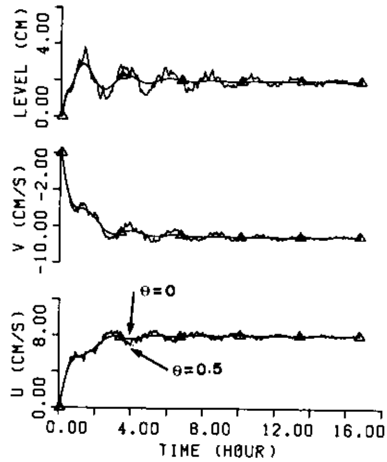


図 4−9 ($\bar{u}$, $\bar{v}$, ζ) の定常状態までの変化の様子

Fig. 4−9 Comparison of two different types of scheme for change of ($\bar{u}$, $\bar{v}$, ζ) - central differential scheme $\theta=0.5$ and backward differential scheme $\theta=0.0$

Wというような風向が逆の時には，流動パターンはほぼ正反対となっていて，慣性項，コリオリ項の影響が少ないことを意味している。表4-4に図4-2中Fのエレメントにおける運動方程式の各項のオーダーを示す（風向W，200ステップ)。これを見ると風の摩擦応力項と水面勾配項が大きく，両者のオーダーは等しいこと，慣性項，水平粘性項のオーダーは小さいこと，コリオリ項，底面摩擦項の大きさはその中間にあることなどがわかる。

表 4−4 現地と模型における運動方程式各項のオーダー比較

Table 4−4 Magnitude of each term in momentum equations corresponding to calculated currents for field and hydraulic model

項	$\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}$	$\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}$	$\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}$	$g\frac{\partial\zeta}{\partial x}$	$f\bar{v}$	$K_L\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial x^2}$	$K_L\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial y^2}$	水面摩擦項	底面摩擦項
	$\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}$	$\bar{u}\frac{\partial\bar{v}}{\partial x}$	$\bar{v}\frac{\partial\bar{v}}{\partial y}$	$g\frac{\partial\zeta}{\partial y}$	$f\bar{u}$	$K_L\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial x^2}$	$K_L\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial y^2}$		
現地	-0.34×10^{-6}	0.20×10^{-5}	-0.10×10^{-5}	0.46×10^{-4}	0.61×10^{-5}	-0.22×10^{-6}	-0.83×10^{-6}	0.42×10^{-4}	0.43×10^{-5}
	-0.97×10^{-6}	-0.30×10^{-6}	0.24×10^{-5}	0.13×10^{-4}	-0.46×10^{-5}	0.20×10^{-5}	0.12×10^{-5}	0	-0.58×10^{-5}
模型	0.10×10^{-3}	0.38×10^{-3}	-0.23×10^{-3}	0.61×10^{-3}	0.80×10^{-6}	-0.14×10^{-4}	-0.91×10^{-5}	0.13×10^{-2}	0.86×10^{-4}
	0.63×10^{-5}	-0.38×10^{-3}	-0.36×10^{-3}	0.24×10^{-3}	-0.60×10^{-6}	0.60×10^{-4}	0.43×10^{-4}	0	-0.11×10^{-3}

[m/s²]

また流速分布は境界でスリップ条件としたため，その境界線上で大きな流速をもっている。流速分布パターンについては現地での詳しい観測結果がないため，あまりはっきりしたことはいえないが，フロート調査で観測された高浜入部での反時計回りの渦は，ＥとＳの風のときに生じることがわかり，調査時の風向と一致している。詳しい流動の分布については，4.4.3 の模型実験

結果との対比のところで調べることにしよう。

次に図4-10に図4-2中E点での流速の大きさの n_1, β による変化を示す ($W=9$m/s)。E点での流速は図4-7, 4-8でわかるように，湖心域での水平循環流の代表流速 u_{rot} と見なせる。図4-10を見ても先に(2)で述べたと同じように，$n_1=0.02$の場合には $\beta<0.002$ で u_{rot} の大きさの変化は少なくなり，底面摩擦項とつりあった水平循環流が生成されていることがわかる。ここでまた式(4.4.2)を用いて理論的に得られる u_{rot} の大きさと比較してみよう。τ_{wind} は $W=9$m/s より0.98dyne/cm^{2}である。湖心域で $\bar{h}=5$m, $\frac{\partial h}{\partial y}L\approx\frac{\bar{h}}{L/2}\cdot L=2\bar{h}$ として，また式(1.2.24)を用いて $K_z=21.3$cm^2/s となる。この結果 $u_{rot}=11.4$cm/s が得られる。この値は $n_1=0.02$, $\beta=0.002$ 以下としたときのE点での流速値にほぼ等しい。現地観測において図2-1 I点で得られた流速値が10cm/s程度(風速5~12m/sに対応)であることとも一致している。このような考察より，ここで得られた流向・流速のシミュレーションはかなり正確なものであると考えられる。またここでは結果は示さないが，2.の図2-4のような各季節代表風パターンに対する非定常の流動形態をもとめた。風速変動に対応したセイシュ流が卓越する結果が得られた。

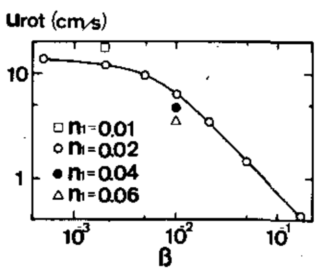


図 4-10 u_{rot} の n_1, β による変化
Fig. 4-10 Variation of u_{rot} with n_1 and β

さてここで過去に霞ヶ浦に対して行なわれた数値計算例，南部ら[10], Kawahara[20]と比較してみよう。南部らは風向N, 風速4.4m/sでの結果を報告している。彼らは境界面で non-slip 条件を用いているため，境界付近で流速値は若干異なるが，水平循環流の中心，流向などは我々のものとよく一致している。流速の大きさは最大で5cm/s程度で $u_{rot}\propto C_f^{1/2}W$ を考慮すれば，我々の結果と大差ない。Kawaharaの結果は水平循環流の生じ方が我々のもの，南部らと異なっている。

4.4.3 鉛直一層二次元モデルの霞ヶ浦吹送流模型への適用

一層モデルを3.4に示した霞ヶ浦模型に適用した。水平，鉛直長さスケールが異なるだけで，要素分割等は現地に対するものと同一である。まず図4-11に風の急激な吹き始めにより生じる図4-2中A点でのセイシュの水位変動エネルギースペクトルを示す。$\Delta t=0.1$sec, $\theta=0.5$, $n_1=0.05$, $\beta=0.001$, ステップ数1024, 風向W, 風速7.0m/sの条件である。周期のピークは7.1, 4.4, 3.3,

2.3sと模型実験の7.6，4.4，3.1，2.0sと極めてよく一致している。

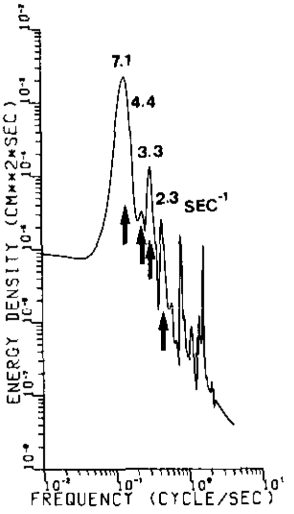
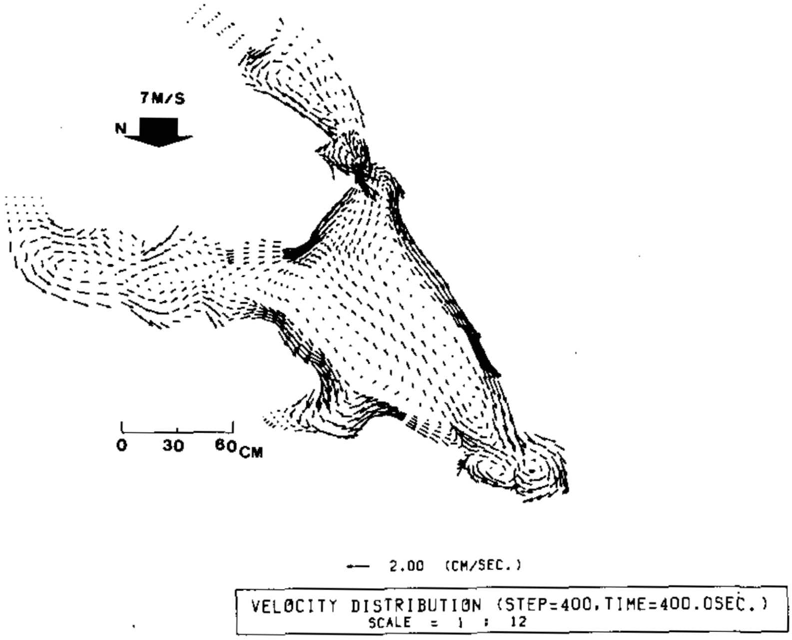


図　4−11　霞ヶ浦模型に対する数値計算により得られた水位変動のスペクトル特性
Fig. 4−11　Wave energy spectrum of seiche oscillation in Kasumigaura hydraulic model - numerical simulation

次に図4-12に $\Delta t=1.0$s，$\theta=0.0$，$n_1=0.05$，$\beta=0.001$，風向 NESW，風速 7.0m/s，400ステップでの流動シミュレーション結果を示す。水平循環流等の生じ方は湖心域などで生じる渦が幾分偏平になっていることを除けば，現地のものとあまり違っていない。また図3-18に示した模型での流速分布ともよく一致している。表4-4に方程式の各項のオーダーを示す。現地のものと比較すると，コリオリ項，水平粘性項の影響が極めて小さくなっていること，慣性項が重要な役割りを有していることがわかる。湖心域に生じる渦が偏平となっていることは，このことが原因であると考えられる。

生じている水平循環流の流速の大きさは，最大2cm/s程度で模型実験結果に比べ約1/2である。原因は n_1，β の係数であるが，$n_1=0.05$，$\beta=0.001$ よりどちらがを減少させても $\Delta t=0.1$sでは計算は発散してしまい，そのケースをもとめるためにはステップ数が極めて大きくなり，計算時間が膨大となるため行なわなかった。

最後に収束条件の問題を考えてみよう。現地シミュレーションの場合には式(4.3.19)のCFL条件で Δt の条件を計算すると，最小の Δx は500m，最大水深は7mであるので，42.7sec以下となる。実際には $\theta=0.5$ でも $\Delta t=10$min で十分に収束した。模型シミュレーションではこの条件が0.038secとなる。係数の条件によっては $\Delta t=0.1$sec でも収束したが，n_1，β が小さくなることにより流速が増大して，レイノルズ数 $\frac{u\Delta x}{\nu}$ が増大すると発散した。このレイノルズ数が現在の



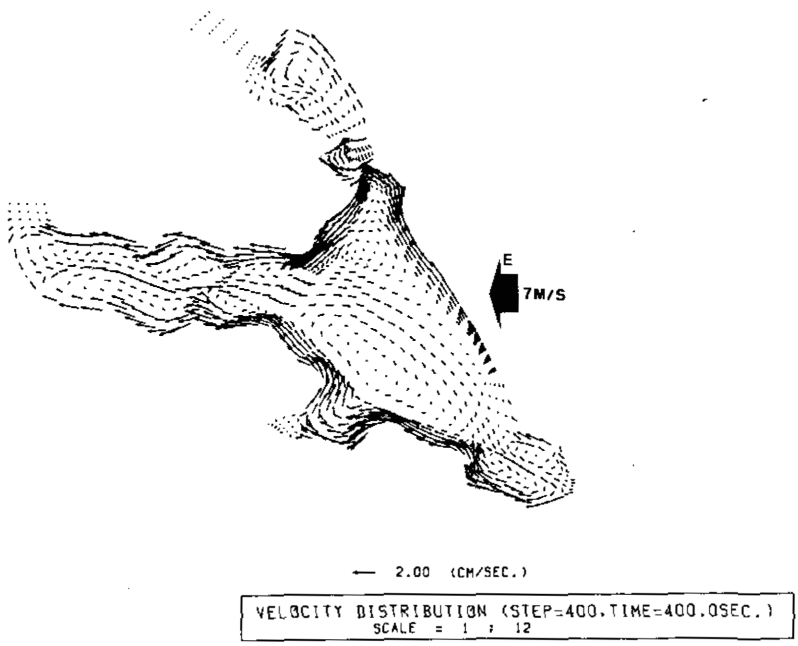
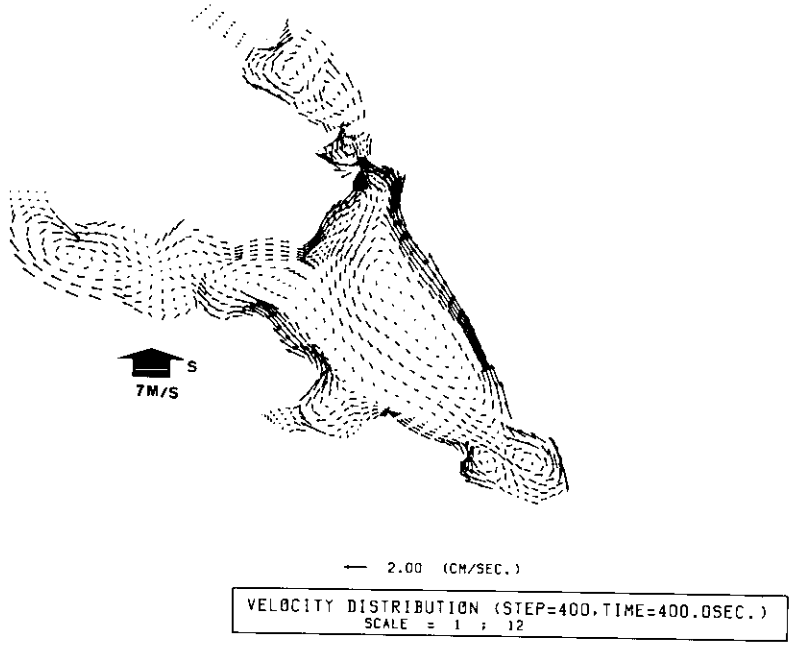


図 4－12 霞ヶ浦模型に対する湖流シミュレーション結果

Fig. 4－12 Flow patterns obtained by numerical simulation for Kasumigaura hydraulic model at $W=7.0\,\mathrm{m/s}$

(図4−12つづき)



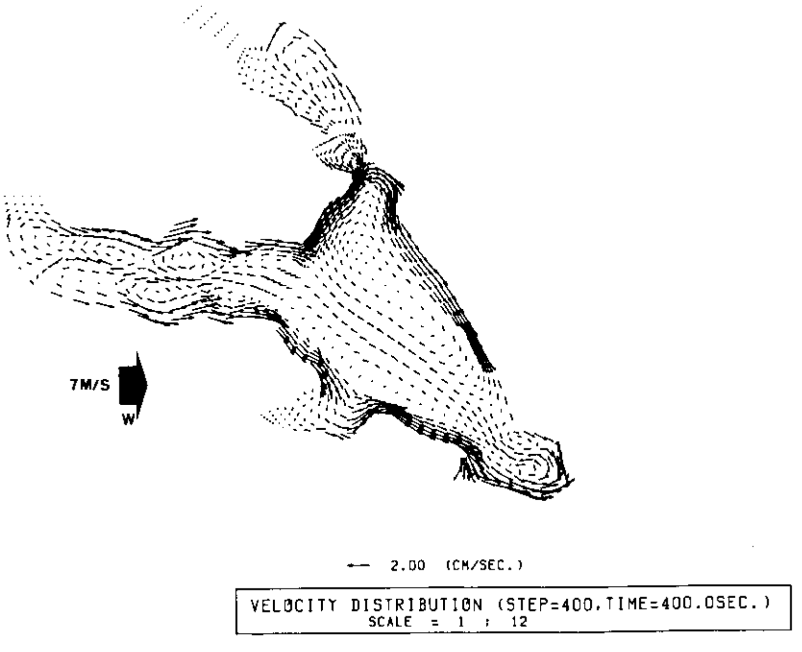


図 4−12 (つづき)

Fig. 4−12 (Continued)

場合には，10^4 以下のときに収束することが確認されている。

4.5. まとめ

この章ではまず湖流計算方式及び現在まで報告された湖流シミュレーション結果についてまとめた。次に，Ekman-type model と霞ヶ浦に適用する鉛直一層二次元モデルについて，方法の詳細，つまり定式化，諸係数，境界条件の与え方，時間積分法などを示した。実際の数値シミュレーションとしては基本モデル湖に対する Ekman-type model の適用と，霞ヶ浦現地及び模型に対する鉛直一層二次元モデルの適用の結果を報告した。得られた成果をまとめてみると次のようになる。

(1) モデル湖に対する Ekman-type model の適用により得られる流動の特性は，理論的に予測される式 (4.4.1) (4.4.2) により，よく説明されることが明らかになった。

(2) 霞ヶ浦現地への鉛直一層二次元モデルの適用により，n_1，β といった係数を適当に選べば，セイシュ及び水平循環流はほぼ完全に再現しうることがわかった。

(3) 模型への適用の結果でも，実験値のシミュレーションとしては十分であることが明らかとなった。

(4) 模型においては現地に比べ水平循環流は若干偏平となるが，これは慣性項の役割りが大きくなっていることと対応する。

参 考 文 献

1) Cheng R.T. et al. (1976) : Numerical models of wind-driven circulation in lakes. Appl. Math. Modelling, **1**, 141−159.

2) Simons T.J. (1974) : Verification of numerical models of Lake Ontario. J. Phys. Oceanogr., **4**, 507−523.

3) Liggett J.A. and C.Hadjitheodorou (1969) : Circulation in shallow homogeneous lakes. Proc. ASCE Hydraul., Div. **95**, 609−620.

4) Liggett J.A. (1969) : Unsteady circulation in shallow, homogeneous lakes. Proc. ASCE Hydraul., Div. **95**, 1273−1288.

5) Young F.D.L. and J.A.Liggett (1977) : Transient finite element shallow lake circulation. Proc. ASCE Hydraul., Div. **103**, 109−121.

6) Lee K.K. and J.A Liggett (1970) : Computation for circulation in stratified lakes. Proc. ASCE Hydraul., Div. **96**, 2089−2115.

7) *Liggett J.A. and Lee K.K. (1971) : Properties of circulation in stratified lakes. Proc.* ASCE Hydraul., Div. **97**, 15−29.

8) Witten A.J. and J.H. Thomas (1976) : Steady wind-driven currents in a large lake with depth-dependent eddy viscosity. J. Phys. Oceanogr., **6**, 85−92.

9) Liggett J.A. (1970) : Cell method for computing lake circulation. Proc. ASCE Hydraul., Div. **96**, 725−743.

10) 南部祥一他 (1974)：霞ヶ浦の水質に及ぼす吹送流と底質の影響。用水と廃水，**16**，21－30.
11) Kanari S. (1974) : On the study of numerical experiments of two layer Lake Biwa. Jpn. J. Limnol., **35**－1, 1－17.
12) Imasato N. et. al. (1975) : Study on the currents in Lake Biwa (1). J. Oceanogr. Soc. Jpn., **31**, 15－24.
13) Oonishi Y. and Imasato N. (1975) : Study on the currents in Lake Biwa (2). J. Oceanogr. Soc. Jpn., **31**, 31－53.
14) 西義和也 (1976)：琵琶湖における湖流のディジタル・シミュレーション．電気学会システム制御研究会資料，SC－76－17，1－9.
15) 和田明・宮地克人 (1976)：吹送流による湾内水の循環特性．土木学会第23回海岸工学講演会論文集，534－538.
16) 松岡譲他 (1978)：琵琶湖における重金属汚染の有限要素法による解析．土木学会第12回水質汚濁研究に関するシンポジウム講演集，88－94.
17) 堀口孝男他 (1977)：三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について．土木学会第24回海岸工学講演会論文集，443－447.
18) 岩佐義朗他 (1978)：琵琶湖南湖の湖流と拡散に関する数値シミュレーション．京都大学防災研究所年報，21－B－1，293－305.
19) 余越正一郎・富所太郎 (1978)：風による諏訪湖の流動特性．土木学会論文報告集，**276**，53－63.
20) Kawahara M. (1978) : Finite element methods of drift currents in coastal seas and estuaries using stream function., TICOM Report, 78－11, 1－79.
21) G・ストラング and G. J. フィックス (1976)(三好哲彦・藤井宏訳)：有限要素法の理論．培風館，145－183.
22) 日野幹雄 (1974)：土木工学における数値解析/流体解析編　1章，サイエンス社（土木学会編），27－28.
23) 上野武夫 (1965)：非線形数値計算による関門海峡周辺の潮せき，潮流および高潮の研究．気象庁技術報告，第40号.
24) 川原睦人 (1974)：土木工学における数値解析/流体解析編　8章．サイエンス社（土木学会編），143－144.
25) 伊藤剛他 (1963)：高潮計算における二，三の問題点について．土木学会第8回水理講演会講演集，5－10.
26) Simons T.J. (1973) : Development of three-dimensional numerical models of the Great Lakes. Inland waters directorate Canada Center for Inland waters, Scientific series, **12**, 1－26.
27) 金子安雄他 (1975)：ADI法による潮流，汚染拡散の数値計算．港湾技術研究所報告，14－1，1－61.
28) Kawahara M. (1976) : Convergence of finite element Lax-Wendroff method for linear hyperbolic differential equation. Proc. JSCE, **253**, 95－107.
29) 松本幸雄 (国立公害研究所　環境情報部) 私信
30) 村岡浩爾・福島武彦 (1979)：浅い湖の吹送流に関する実験的研究．国立公害研究所研究報告，**6**，231－243.

結　　語

特別研究「陸水域の富栄養化に関する総合研究」の中で，著者らに与えられた課題は，霞ヶ浦湖内での流動と混合の特性を明らかにすることであった。その手法は湖沼物理学や水理学の分野で対応できるものとして，現地観測，水理実験，数値解析，理論解析の四手法によって，多角的な視野から現象を究明してきた。

現地観測で得られた多くの情報から，霞ヶ浦の湖流は日常的な風によって生ずる吹送流と，風の吹送開始や停止，また風の時間的な変動が刺激となって生ずるセイシュが卓越していると見られる。この中，風起因のセイシュは現地観測，模型実験，数値解析の結果がよく一致し，理論考察も合わせてその特性が明らかとなった。吹送流については，それを鉛直及び水平循環流に分離し，鉛直循環の定常流については基本地形に対する理論や実験によってほぼ現象が説明し得る成果を得たが，非定常流については現地で生ずる現象は複雑であり，多くの困難を伴なうが調査の蓄積が必要とみられる。水平循環流についても現地データは不十分であるが，数値モデルと模型実験によって精度の高い予測をすることが可能であると考えられる。

こうした流れによってもたらされる混合現象については，長期的な観点からみた水塊の混合及び日スケールでの鉛直混合に関する現地調査資料の解析からその特性を明らかにしたほか，模型実験によって水域間の混合もしくは水交換の量的把握によって，現地での混合予測シミュレーションの開発に寄与する基礎資料を整える段階まで到達し得たといえる。

このように，流動と混合についての現象を概括的に，あるいは部分的には微細な点まで究明できたと考えられるが，これで霞ヶ浦のすべてが解明できたというわけではない。特に風から水塊への運動量とエネルギーの伝達，および水域内でのそれらの移行や消費に関する調査，湖流を全域的に観測し得る調査などは今後の課題の一つである。また，底泥の巻き上げによる水質への影響を解明する目的で，実験的考察の可能な波動現象に伴なう混合機構の解明も必要である。数値解析においても，二次元一層モデルでシミュレートできる限界を打壊し，三次元現象を予測し得るモデルの開発は不可欠であろう。

湖沼の水理現象を対象とした世界の研究例は五大湖，琵琶湖の総合研究がすぐれている。水深の浅い霞ヶ浦などはこの分野であまり顧りみられなかった湖であるが，昭和52年来，自ら船を操り観測を行なうことから始め，浅い湖でも複雑な水理現象がみられ，湖の環境に大きな影響を及ぼしていることがわかったのは興味深いことであった。この成果が今後，富栄養化現象の解明や富栄養化の防止のために役立てば幸いと考えている。

謝　　辞

本報告書は，国立公害研究所　特別研究「陸水域の富栄養化現象に関する総合研究」において，霞ヶ浦の湖流と混合現象についての研究成果をまとめたものである。特別研究の責任者として，この研究の位置づけに関する適切な御指導と個々の研究内容に終始適切な助言を賜わった　水質土壌環境部　合田健部長に深甚の謝意を表する次第である。また，この研究に関する客員研究員として，セミナーを通じ，あるいは個人的な討議で多くの貴重な御意見を聴かせて頂いた　筑波大学　市川正己副学長，および　大阪大学工学部土木工学教室　室田明教授にも心からお礼を申し上げる次第である。

本研究の遂行に当り，現地観測は欠かせぬものであった。船上からの観測を補い，定点観測の必要性から，その観測場所として霞ヶ浦湖心水位水質自動監視所を数度にわたって利用させて頂き，かつ必要な水理資料について便宜を計って頂いた　建設省関東地方建設局霞ヶ浦工事事務所の関係各位に感謝申し上げる次第である。また，水位資料，風資料など，貴重な記録を利用させて頂いた　茨城県内水面水産試験場，気象庁観測部の方々にも厚くお礼申し上げる。

数値解析はしばしば高度な技法や理論解釈が必要となる。著者らの能力不足を補って，度々の討議に多大の時間をさいて頂いた　大阪大学工学部土木工学教室　中辻啓二講師，プログラムの作製や計算上の諸問題解決に努力を払って頂いた（株）日本情報サービス　和手信泰氏に厚く感謝の意を表する。またこれと並行して行なった水理模型実験では共同研究員として　筑波大学地球科学系大学院生　佐藤芳徳氏に協力を頂いた。同氏の熱心な協力で多くの実験的成果をまとめ得たことに対し，感謝しなければならない。

最後に，この特別研究に参加している　水質土壌環境部，計測技術部，生物環境部，環境情報部の多くの方々に多大の支援を頂いたことに謝意を表する次第である。現地調査，実験や分析作業など，とてもこの協力がなければ遂行できるものではない。また，研究報告会などを通じ，同じ霞ヶ浦を扱う研究者として専門を超えて議論ができたことは，著者らには何よりの体験であったと思っている。

記　号　表

a_0	$=H/2$ 波の振幅
A	湖の表面積
A_z	断面積
c_0	波の位相速度
c_g	波の群速度
C	濃度
C_f	風摩擦係数
C_{wave}	波への風摩擦係数
D	摩擦深度
D_x	分散係数
E	東の風
E_{dir}	エネルギー直接逸散率
E_{river}	河川からのエネルギー供給率
E_{turb}	エネルギー乱流逸散率
E_{wave}	単位面積当りの波エネルギー
E_{we}	波のエネルギー逸散率
E_{wind}	風からのエネルギー供給率
E'_p	密度成層のもつ位置エネルギー
E'_{se}	吹き寄せのもつ位置エネルギー
E'_u	定常状態の時の平均流のもつ運動エネルギー
$E'_{u'}$	定常状態の時の乱流成分のもつ運動エネルギー
E'_{we}	定常状態の時，波のもつ運動エネルギー
f	コリオリ係数
f_c	慣性域から粘性域への遷移周波数
f_r	周波数
F	吹送距離
g	重力加速度
h	水深
H	波高
$H_{1/3}$	有義波の波高
k	波数
K_L	水平渦動粘性係数
K_z	鉛直渦動粘性係数
l	混合長
L	水域の水平スケール
L_s	積分特性距離
n	$=-\tau_b/\tau_{wave}$
n_1	マニング粗度係数
N	北の風
P	圧力
$Q_{r,i}$	押し出し流量
$Q_{s,i}$	交換流量
$Q_{t,i}$	河川流入量
S	南の風
t	時間
T	周期
T_{de}	滞留時間
$T_{1/e}$	定常状態値の$(1-1/e)$倍になるのに必要な時間
$T_{1/3}$	有義波の周期
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	平均流速
u', v', w'	乱れ成分
u_{abs}	流速の絶対値
u_{flow}	吹送流の流れ成分の表面流速
u_{se}	セイシュの最大流速
u_{sur}	吹送流の表面流速
u_{wave}	波成分の表面流速
u_*	$=\sqrt{\tau_{wind}/\rho}$
u_{*a}	$=\sqrt{\tau_{wind}/\rho_a}$

U, V	鉛直積分流量	δ	境界層厚
U_s	水平流速成分のスケール	ϵ	エネルギー逸散率
v_{stokes}	ストークスドリフト	ζ	水位変化
W	風速	θ	プルードマン数，時間積分係数
W	西の風	κ	カルマン定数
x, y, z	座標軸（鉛直上向き，水面原点）	λ	波の波長
z'	鉛直下向きの z 座標（水面原点）	μ	水の粘性係数
z_a	水面上に上向きにとった z 座標（水面原点）	ν	水の動粘性係数
z_0	粗度高	ν_a	空気の動粘性係数
α_1	$=u_{sur}/W$	ρ	水の密度
α_2	$=K_z/u_* h$	ρ_a	空気の密度
α_5	$=\tau_{bx} h/\rho U$ or $=\tau_{by} h/\rho V$	τ	せん断力
α_6	$=\tau_{bx} h^2/\rho U\sqrt{U^2+V^2}$ or $=\tau_{by} h^2/\rho V\sqrt{U^2+V^2}$	τ_b	底面せん断力
α_{10}	セイシュ波高の1周期での減衰率	τ_{flow}	風から流れへのせん断力
α_{12}	乱流型減衰における波高の減衰係数	τ_{wave}	風から波へのせん断力
α_{13}	乱流型減衰における流速の減衰率	τ_{wind}	風から水塊へのせん断力
β	$K_L/L^{4/3}$	τ_{wx}, τ_{wy}	τ_{wind} の直交成分
		ω	地球の回転角速度

国立公害研究所特別研究成果報告

第 1 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究 ── 霞ケ浦を対象域として．（1977）

第 2 号　陸上植物による大気汚染環境の評価と改善に関する基礎的研究 ── 昭和51／52年度研究報告．（1978）

（改　称）

国立公害研究所研究報告

第 3 号　A comparative study of adults and immature stages of nine Japanese species of the genus *Chironomus* (Diptera, Chironomidae) (1978)
（日本産ユスリカ科 *Chironomus* 属９種の成虫，サナギ，幼虫の形態の比較）

第 4 号　スモッグチャンバーによる炭化水素 ── 窒素酸化物系光化学反応の研究 ── 昭和52年度中間報告．（1978）

第 5 号　芳香族炭化水素 ── 窒素酸化物系の光酸化反応機構と光酸化二次生成物の培養細胞に及ぼす影響に関する研究 ── 昭和51／52年度研究報告．（1978）

第 6 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究（II）── 霞ケ浦を中心として．（1979）

第 7 号　A morphological study of adults and immature stages of 20 Japanese species of the family Chironomidae (Diptera). (1979)
（日本産ユスリカ科20種の成虫，サナギ，幼虫の形態学的研究）

第 8 号　大気汚染物質の単一および複合汚染の生体に対する影響に関する実験的研究 ── 昭和52／53年度研究報告．（1979）

第 9 号　スモッグチャンバーによる炭化水素 ── 窒素酸化物系光化学反応の研究 ── 昭和53年度中間報告．（1979）

第 10 号　陸上植物による大気汚染環境の評価と改善に関する基礎的研究 ── 昭和51／53年度特別研究報告．（1979）

第 11 号　Studies on the effects of air pollutants on plants and mechanisms of phytotoxicity. (1980)
（大気汚染物質の植物影響およびその植物毒性の機構に関する研究）

第 12 号　Multielement analysis studies by flame and inductively coupled plasma spectroscopy utilizing computer-controlled instrumentation. (1980)
（コンピュータ制御装置を利用したフレームおよび誘導結合プラズマ分光法による多元素同時分析）

第 13 号　Studies on chironomid midges of the Tama River. (1980)
Part 1. The distribution of chironomid species in a tributary in relation to the degree of pollution with sewage water.
Part 2. Description of 20 species of Chironominae recovered from a tributary.
（多摩川に発生するユスリカの研究
── 第１報　その一支流に見出されたユスリカ各種の分布と下水による汚染度との関係 ──
── 第２報　その一支流に見出された Chironominae 亜科の20種について ──）

第 14 号　有機廃棄物，合成有機化合物，重金属等の土壌生態系に及ぼす影響と浄化に関する研究 ── 昭和53，54年度特別研究報告．（1980）

第 15 号　大気汚染物質の単一および複合汚染の生体に対する影響に関する実験的研究 ── 昭和54年度特別研究報告．（1980）

第 16 号　計測車レーザーレーダーによる大気汚染遠隔計測．（1980）

第 17 号　流体の運動および輸送過程に及ぼす浮力効果 ── 臨海地域の気象特性と大気拡散現象の研究 ── 昭和53／54年度　特別研究報告．（1980）

第 18 号　Preparation, analysis and certification of PEPPERBUSH standard reference material. (1980)
（環境標準試料「リョウブ」の調製，分析および保証値）

第 19 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究（Ⅲ）――霞ケ浦（西浦）の湖流 ――昭和53／54年度．(1981)

第 20 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究（Ⅳ）――霞ケ浦流域の地形，気象水文特性およびその湖水環境に及ぼす影響 ――昭和53／54年度．（1981）

第 21 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究（Ⅴ）――霞ケ浦流入河川の流出負荷量変化とその評価 ――昭和53／54年度．（1981）

第 22 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究（Ⅵ）――霞ケ浦の生態系の構造と生物現存量 ――昭和53／54年度．（1981）

第 23 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究（Ⅶ）――湖沼の富栄養化状態指標に関する基礎的研究 ――昭和53／54年度．（1981）

第 24 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究（Ⅷ）――富栄養化が湖利用に及ぼす影響の定量化に関する研究 ――昭和53／54年度．（1981）

第 25 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究（Ⅸ）――*Microcystis*（藍藻類）の増殖特性 ――昭和53／54年度．（1981）

第 26 号　陸水域の富栄養化に関する総合研究（Ⅹ）――藻類培養試験法によるAGPの測定 ――昭和53／54年度．（1981）

Report of Special Research Project the National Institute for Environmental Studies

No. 1* Man activity and aquatic environment – with special references to Lake Kasumigaura – Progress report in 1966. (1977)

No. 2* Studies on evaluation and amelioration of air pollution by plants – Progress report in 1976-1977. (1978)

[Starting with Report No. 3, the new title for NIES Reports was changed to:]

Research Report from the National Institute for Environmental Studies

No. 3 A comparative study of adults and immature stages of nine Japanese species of the genus *Chironomus* (Diptera, Chironomidae). (1978)

No. 4* Smog chamber studies on photochemical reactions of hydrocarbon-nitrogen oxides system – Progress report in 1977. (1978)

No. 5* Studies on the photooxidation products of the alkylbenzene-nitrogen oxides system, and on their effects on Cultured Cells – Research report in 1976-1977. (1978)

No. 6* Man activity and aquatic environment – with special references to Lake Kasumigaura – Progress report in 1977-1978. (1979)

No. 7 A morphological study of adults and immature stages of 20 Japanese species of the family Chironomidae (Diptera). (1979)

No. 8* Studies on the biological effects of single and combined exposure of air pollutants – Research report in 1977-1978. (1979)

No. 9* Smog chamber studies on photochemical reactions of hydrocarbon-nitrogen oxides system – Progress report in 1978. (1979)

No.10* Studies on evaluation and amelioration of air pollution by plants – Progress report in 1976-1978. (1979)

No.11 Studies on the effects of air pollutants on plants and mechanisms of phytotoxicity. (1980)

No.12 Multielement analysis studies by flame and inductively coupled plasma spectroscopy utilizing computer-controlled instrumentation. (1980)

No.13 Studies on chironomid midges of the Tama River. (1980)

No.14* Studies on the effect of organic wastes on the soil ecosystem – Progress report in 1978-1979. (1980)

No.15* Studies on the biological effects of single and combined exposure of air pollutants – Research report in 1979. (1980)

No.16* Remote measurement of air pollution by a mobile laser radar. (1980)

No.17* Influence of buoyancy on fluid motions and transport processes – Meteorological characteristics and atmospheric diffusion phenomena in the coastal region. (1980)

No.18 Preparation, analysis and certification of PEPPERBUSH standard reference material. (1980)

No.19* Comprehensive studies on the eutrophication of fresh-water areas – Lake current of Kasumigaura (Nishiura) – 1978-1979. (1981)

No.20* Comprehensive studies on the eutrophication of fresh-water areas – Geomorphological and hydrometeorological characteristics of Kasumigaura watershed as related to the lake environment – 1978-1979. (1981)

No.21* Comprehensive studies on the eutrophication of fresh-water areas – Variation of pollutant load by influent rivers to Lake Kasumigaura – 1978-1979. (1981)

RESEARCH REPORT FROM
THE NATIONAL INSTITUTE FOR ENVIRONMENTAL STUDIES
No. 19

国立公害研究所研究報告　第19号

(R－19－'81)

昭和56年3月31日発行

編集・発行　国立公害研究所

茨城県筑波郡谷田部町小野川16番2

印刷　日 青 工 業 株 式 会 社
東京都港区西新橋2－5－10

Published by the National Institute for Environmental Studies
Yatabe-machi, Tsukuba, Ibaraki 305, Japan.
March 1981